

## चिन्हांकीत संख्यांची ओळख व त्यांवरील क्रिया

चिन्हांकीत संख्यांची ओळख करतांना सर्वात महत्वाचे म्हणजे आतापर्यंत आपण फक्त धन संख्यांचाच वापर करत होतो. या संख्यांची व्यवहारीक किंमत ही शून्य पेक्षा जास्त होती. मात्र ऋण संख्या या शून्य पेक्षा कमी किंमत असलेल्या संख्या आहेत. या संख्यांची गरज का निर्माण झाली व त्यांचा व्यवहारीक वापर कुठे होतो ? हा ऋण संख्यांच्या अभ्यासाचा महत्त्वाचा भाग आहे.

रक्कम व कर्ज यासंदर्भात धन-ऋण संख्यांचा अर्थ सहज स्पष्ट होतांना दिसतो. आपण 3 रुपये यांचा अर्थ माझ्याकडे तीन रुपये आहेत. या अर्थाने बघितले तर मी म्हणू शकतो की, माझ्याकडे 3 रुपये रक्कम असणे हे शून्य रुपये रक्कम असण्यापेक्षा जास्त आहेत. पण माझ्यावर 3 रुपये कर्ज असणे हे शून्य रुपय रक्कम असण्यापेक्षा जास्त आहेत असे म्हणू शकत नाही.

ही समज विचारात घेता आपणास दिसून येईल की, 3 रुपये हे अंकात दर्शवितांना त्यांचा व्यवहारीक अर्थ आपल्याकडे रक्कम आहे की, आपल्यावर कर्ज आहे हे स्पष्ट होणे तितकेच महत्वाचे आहे.

वरील अर्थ आपण खालील पध्दतीने संख्या व चिन्हांचा वापर करून दर्शवितो.

व्यवहार	व्यवहाराची गणिती नोंद	वाचन
माझ्याकडे 3 रुपये रक्कम आहे.	3 किंवा +3	तीन , धन तीन
माझ्यावर 3 रुपये कर्ज आहे.	-3	ऋण तीन
माझ्याकडे काहीच रक्कम नाही.	0	शून्य

वरील तीन अर्थ विचारात घेता असे दिसून येते की, 1 पेक्षा लहान संख्या म्हटल्यास  $\frac{1}{2}$  ,  $\frac{1}{4}$  यांसारख्या संख्या आपल्याला समोर उभ्या राहतात. अपूर्णाक या अंकलेखन पध्दतीचा वापर 1 पेक्षा लहान संख्यांचा हिशेब ठेवण्यासाठी होतो. तसेच -3 ( ऋण तीन ), -1 ( ऋण एक ) यांसारख्या संख्यांचा अभ्यास 0 पेक्षा कमी किंमत दर्शविण्यासाठी होतो.

प्लग वापरून चिन्हांकित संख्यांची ओळख व त्यांवरील क्रिया समजणे ही कृतीयुक्त अध्यापनाची सोपी पध्दती आहे.

मात्र खालील काही बाबी नमुद केल्या आहेत त्यांचा समावेश केल्यास चिन्हांकीत संख्यांची समज दृढ होण्यास निश्चितच मदत होते.

### अध्ययनामधील महत्त्वाच्या अडचणी व अर्थानिहाय स्पष्टिकरण-

#### 1) ( + ) व ( - ) या चिन्हांचा अर्थ -

अ) बेरीज व वजाबाकी ही क्रिया दर्शविण्यासाठी + व - या चिन्हांचा वापर :

आतापर्यंत वरील चिन्हांचा वापर हा केवळ संख्यांवर मिळविणे, एकत्र करणे, कमी करणे, काढणे यांसारख्या क्रिया दर्शविण्यासाठी केला जात होता.

आ) संख्या दर्शविणारा अंक म्हणून + व - या चिन्हांचा वापर :

चिन्हांकित संख्यांच्या बाबतीत मात्र या चिन्हांचा वापर हा संख्या दर्शविण्यासाठी अंक म्हणून केला जात आहे. कोणत्याही संख्येच्या डाव्या दिशेने डोक्यावर ' + ' हे चिन्ह असेल तर ती संख्या ही शून्य पेक्षा जास्त किंमतीची असते. तर संख्येच्या डाव्या दिशेने डोक्यावर ' - ' हे चिन्ह असेल तर ती संख्या ही शून्य पेक्षा लहान असते.

अशाप्रकारे संख्येचा अंक समान असला तरी त्यांची किंमत धन व ऋण चिन्हांच्या वापराने बदललेली दिसून येते.

## 2) विरुद्ध संख्या -

पूर्ण संख्यांच्या बाबतीत दिलेल्या संख्येतून तीच संख्या वजा केली तर बाकी शून्य राहते. मात्र चिन्हांकित संख्यांमध्ये बेरीज करतांना देखील उत्तर शून्य येऊ शकते.

जसे की, (+3) रुपये आहेत यांमध्ये (-3) मिळविले तर उत्तर शून्य येते. म्हणजेच

$$(+3) + (-3) = 0 \text{ किंवा } (-3) + (+3) = 0$$

## 3) कंस सोडवून बेरीज व वजाबाकी करणे.

फायदा तोटा कधी होतो. हा प्रश्न विचारात घेऊन क्रियांची विभागणी करू.

खालील प्रमाणे तक्त्याचा अभ्यास करून फायदा व तोटा यांचा संदर्भ विचारात घेतला तर त्यांचा वापर कंस सोडवितांना होई शकतो.

	फायदा	तोटा
1	रक्कम जमा होणे + (+3) यांची किंमत +3 होते.	रक्कम निघून जाणे -(+3) यांची किंमत -3 होते.
2	कर्ज माफ होणे/ निघून जाणे. -(-3) यांची किंमत +3 होते.	कर्ज जमा होणे +(-3) यांची किंमत -3 होते.

## 4) वजाबाकीचा अर्थ -

अ) माझ्याकडे 3 रुपये रक्कम आहे. त्यांमध्ये 2 रुपये रक्कम खर्च केली तर किती रुपये शिल्लक राहतील. हा अर्थ दिसून येतो व ते समजण्यास देखील विद्यार्थ्यांला सोपे आहे.

$$\text{जसे की, } (+3) - (+2) = (+1)$$

मात्र माझ्याकडे 2 रुपये होते. ते असतांना मी 3 रुपये रक्कम खर्च केले तर माझ्याकडे किती रुपये शिल्लक राहिले हे समजण्यास कठीण आहे.

$$\text{जसे की, } (+2) - (+3) = (-1)$$

वरील उदाहरण समजण्यास कठीण असले तरी व्यावहारिक अर्थ सांगून लिहिलेल्या क्रियेचा अर्थ स्पष्ट केल्याने उत्तर शोधणे सोपे होते. माझ्याकडे दोन रुपये रक्कम होती. मी दुकानदार काकांकडून 3 रुपयांचा पेन विकत घेतला. म्हणून माझ्यावर दुकानदार काकांचे 1 रुपयांचे कर्ज आहे.

आ)  $(-3) - (-2) = ?$

या प्रश्नाचे उत्तर तीन रुपये कर्ज होते. त्यामधून दोन रुपये कर्ज निघून गेले. म्हणजे माझ्यावर फक्त 1 रुपयांचाच कर्ज शिल्लक राहिला. याठिकाणी  $(-2)$  दोन रुपये कर्ज निघून जाणे हा अर्थ दिसून येतो. कर्ज निघून जातो म्हणजे काय तर व्यवहारीक जीवनात कुणीतरी आपला कर्ज माफ केला आहे.

तसेच कर्ज जितक्या रक्कमेचा माफ होतो तितका आपणास फायदा होतो हे देखील दिसून येते.

इ)  $(+3) - (-2) = ?$

वरील उदाहरणात दिसून येते की, माझ्याकडे 3 रुपये रक्कम होती. माझे दोन रुपयांचे कर्ज माफ झाले. म्हणजेच कर्ज माफ झाल्याने 2 रुपयांचा फायदा झाला आहे.

माझ्याकडील 3 रुपये व कर्ज माफ झाल्याने 2 रुपयांचा झालेला फायदा असे एकंदरीत +5 होतात. ही समज वजाबाकी संदर्भात निर्माण होणे उपयुक्त आहे.

### 5) गुणाकाराचा अर्थ -

$3 \times 2 = 6$  ( $2 + 2 + 2$ ) या गणिताचा अर्थ 3 गट आहेत व प्रत्येक गटात 2-2 वस्तू आहेत. अशाप्रकारे एकूण 6 वस्तू होतात. म्हणजेच 3 ही संख्या किती गट आहेत हे दर्शविते तर 2 ही संख्या एका गटात किती वस्तू आहेत ते दर्शविते.

मात्र चिन्हांकीत संख्यांच्या बाबतीत  $(+3) \times (+2) = (+6)$  हा गुणाकार बेरीज रूपात खालील पध्दतीने मांडता येतो.

$$+ (+2) + (+2) + (+2) = (+6)$$

वरील उदाहरणाचे स्पष्टीकरण -

तीन वेळा घेतले हे दर्शविण्यासाठी  $(+3)$  ही चिन्हांकीत संख्या वापरली आहे. तर एका गटात किती वस्तू आहेत हे  $(+2)$  या चिन्हांकीत संख्येने दर्शविले आहे. म्हणजेच तीन वेळा दोन रुपये रक्कम घेतली तर माझ्याकडे सहा रुपये रक्कम होईल.

मात्र  $(+3) \times (-2) = (-6)$  या चिन्हांकीत संख्यांवरील क्रियेचा अर्थ तीन वेळा दोन रुपये रक्कम असलेला कर्ज घेतला आहे. म्हणून माझ्यावर एकूण सहा रुपये कर्ज होतात. हे स्पष्ट होते.

अशा प्रकारे गुणाकार शिकवितांना बेरीज ही क्रिया व तिचा अर्थ विचारात घेऊन उत्तराशी सहसंबंध साधला तर विद्यार्थ्यांला प्रश्न समजण्यास व उत्तरापर्यंत पोहोचण्यास तुलनात्मक सोपे होईल.

$(-3) \times (-2) = (+6)$  असे उत्तर का येते हे स्पष्ट करतांना खालील प्रमाणे या क्रियेचा अर्थ लिहिणे.

$$- (-2) - (-2) - (-2) = (+6)$$

वरीलप्रमाणे दिसून येते की, तीन वेळा दोन रुपये कर्ज माफ झाला किंवा कर्ज दोन तीन वेळा निघून गेले तर सहा रुपयांचा फायदा होत आहे. म्हणजेच तीन वेळा दोन रुपये कर्ज निघून गेला तर सहा रुपये रक्कम होते.

अशा प्रकारे रक्कमेचा संदर्भ विचारात घेता गुणाकारातील गुण्य हा किती वेळा मिळविले किंवा काढले ही क्रिया दर्शवितो तर गुणक हा किती रुपये होते हे दर्शवितो.

#### 6) भागाकार -

$$(-6) / (-2) = ?$$

वरील दिलेला भागाकार करण्याच्या आधी विद्यार्थ्यांना गुण्य, गुणक व गुणाकार या तीन बाबींपैकी कोणत्याही दोन बाबी दिल्या असता तिसरी बाब शोधण्याचा सराव घेणे व गुणाकार आणि भागाकार यांचा पूर्ण संख्यांच्या बाबतीत सहसंबंध यांचा सराव घेणे उपयुक्त ठरते.

$(+3) \times ( ? ) = (-6)$  हा प्रश्न व त्याचा अर्थ विचारात घेऊन गुणक शोधण्यास सांगणे.

वरील प्रश्नाचा व्यावहारिक अर्थ दिसून येतो की, तीन वेळा कोणती संख्या घेतली तर कर्ज सहा रुपये होतील ?

अशा प्रकारे चर्चेतून दिसून येईल की, कर्ज दोन रुपये तीन वेळा घेतले तरच कर्ज सहा रुपये होतात.

वरील गुणाकाराची भागाकार रूपात खालील पध्दतीने मांडणी करून भागाकाराचा अभ्यास करता येतो.

$(+3) \times ( ? ) = (-6)$  म्हणजे  $(-6) / (+3) = (?)$  तीन वेळा किती रुपये घेतले तर सहा रुपये कर्ज होतील.

वरील दोन्ही क्रियांमध्ये प्रश्नचिन्हाच्या जागी  $(-2)$  ही संख्या येईल.

अशाप्रकारे गुणाकार व भागाकार यांचा सहसंबंध विचारात घेऊन गणिती क्रिया समजणे सोपे होईल.