सक्रिय जनगणित प्रकल्प

इयत्ता- पाचवी

शिक्षक हस्तपुस्तिका

दैनंदीन वर्गाध्यापनासंदर्भात संकल्पना रचना क्रम

अनुक्रमणिका-

विभाग पहिला

१. रोमन संख्याचिन्हे (हजारपर्यंतच्या चिन्हांची ओळख)
२. संख्याज्ञान (अब्ज पर्यंतच्या संख्या)
३. बेरीज व वजाबाकी (पूर्ण)
४. गुणाकार व भागाकार (पूर्ण)
५. अपूर्णांक (सममूल्य अपूर्णांक, बेरीज व वजाबाकी, अंशाधिक व छेदाधिक अपूर्णांक)
६. कोन (कोनांचे प्रकार, कोनमापकाचा वापर करुन कोन काढणे.)
७. वर्तुळ (वर्तुळाचे घटक- त्रिज्या, व्यास, वर्तुळकेंद्र, परीघ, लहान व मोठा वर्तुळकंस, अर्धवर्तुळकंस, वर्तुळाचा आतला व बाहेरचा भाग इत्यादी)

विभाग दुसरा

१. विभाज्य व विभाजक (मूळ व संयुक्त संख्या, दोन अंकी संख्यांचे विभाजक शोधणे.)
२. दशांश अपूर्णांक (दशांश अपूर्णांक- दोन दशांश स्थळापर्यंत ओळख, तुलना, बेरीज व वजाबाकी)
३. कालमापन (चोवीस तासी घड्याळ, वेळेची बेरीज व वजाबाकी)
४. मापनाची उदाहरणे (वजन, धारकता, लांबी यांच्या संदर्भात बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार व भागाकार यांवर आधारीत प्रश्न)
५. परीमिती व क्षेत्रफळ (दिलेल्या द्विमितीय आकाराच्या बाजूंची लांबी दिली असता परीमिती शोधणे. आयत व चौरसाचे क्षेत्रफळ शोधण्याचे सूत्र)
६. त्रिमितीय वस्तूंची घडी (घन, इष्टिकाचिती, शंकू, वृत्तचीती, पिरॅमिड यांच्या कागदी जाळ्या तयार करणे.)
७. चित्रालेख. (दिलेल्या माहीतीवरुन चित्रालेख काढणे.
८. आकृतीबंध (आकारांचा आकृतीबंध, त्रिकोणी व चौकोणी संख्या)
९. बीजगणिताची पूर्वतयारी (चौकटीचा वापर करुन वेरीज व वजाबाकी सहसंबंध, गुणाकार व भागाकार सहसंबंध, त्रिकोणी व चौरस संख्या)

……

संकल्पनानिहाय पाठ रचना क्रम

विभाग पहिला

रोमन संख्याचिन्हे

मूख्य कृती -

१. रोमन संख्याचिन्हांवर आधारीत व्हिडीओदाखवून या चिन्हांचा शोध कसा लागला ते स्पष्ट करुणे. रोमन संख्याचिन्हांच्याअर्थावर चर्चा करणे.

जसे की,

- पाच बोटं दाखवितांना अंगठा व बोटं यांमध्ये इंग्रजी अक्षरामधील 'V' असा आकार दिसतो.
- दोन्ही हातांची दहा बोटं असतात. दोन हात एकमेकांना तीरकस धरले तर इंग्रजी अक्षरामधील 'X' असा आकार दिसतो. यांवरुन पाच व दहाची संकल्पना स्पष्ट करणे.
- पाच आणि एक- सहा होतात हे रोमन संख्याचिन्हांत V + I = VI असे मांडतात. तर पाच पेक्षा एक कमी म्हणजेच V – I = IV असे मांडले जाते. येथे पाचच्या पुढची संख्या म्हणजेच VI तर पाच च्या आधीची संख्या ' IIII' असे विचारात न घेता IV असे लिहीले जाते.
- 9, 14 व 19 या संख्यांच्या लेखनाबाबत विद्यार्थ्यांमध्ये चर्चा घडवून आणू.

Video link –

For Roman number system- https://www.youtube.com/watch?v=1NzRH9gIob4

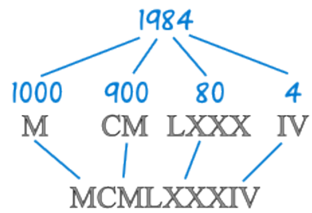
२. मयान संख्या लेखन पध्दतीचा व्हिडीओ दाखविणे. आपण स्विकारलेली हिंदू- अरेबिक अंक पध्दती ही दहाच्या गटावर आधारीत आहे. रोमन संख्या पध्दती ही पाचच्या गटावर आधारीत आहे. याच पध्दतीने मयान संख्या पध्दती ही वीसच्या गटावर आधारीत आहे. यावर आधारीत विद्यार्थ्यांशी चर्चा करु.

Video link –

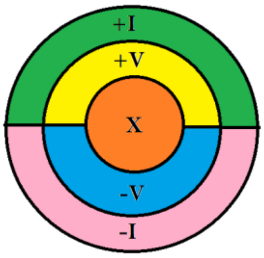
For Mayan number system- https://www.youtube.com/watch?v=Ybvb7oy_WV0

३. रोमन संख्याचिन्हांचे साबनावर ठसे तयार करुन आणण्यास सांगणे. या चिन्हांचा वापर करुन संख्या तयार करण्याता सराव घेऊ.

चिन्ह- I-1, V-5, X-10, L-50, C-100, D-500, M-1000 हे चिन्ह तयार करुन कोणतीही चार अंकी संख्या तयार करण्याचा सराव देऊ.



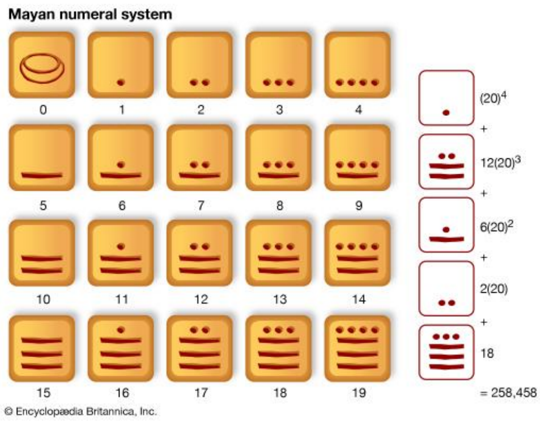
४. रोमन संख्यांवर आधारीत बाण व वर्तुळ यांचा नेमबाजीचा खेळ. हा खेल विद्यार्थ्यी पुठ्याचा वापर करुन शालेय तासिकेव्यतीरिक्त उपलब्ध वेळेत खेळू शकतात.



विद्यार्थ्यांसाठी अधिक माहीती-

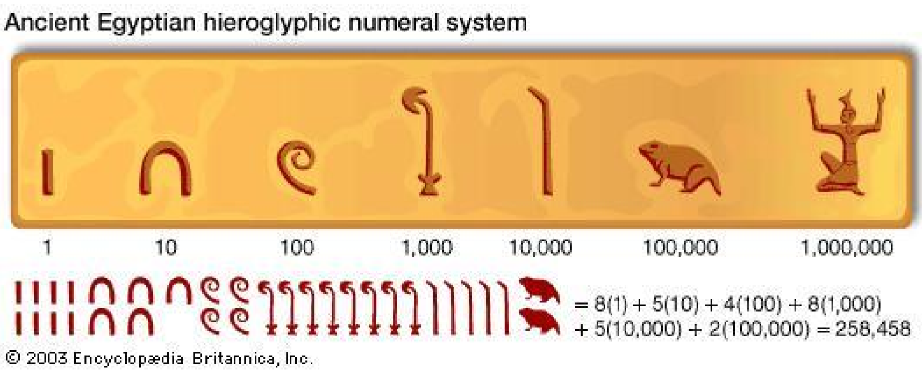
१. मयान अंकपद्धती -

मयान अंकलेखन पध्दती ही वीसचा गट यावर आधारीत संख्यालेखन पध्दती आहे. चित्रात दाखविल्याप्रमाणे चिन्हांचा वापर करुन संख्या लिहील्या जातात.



२. इजिप्शियन अंकपध्दती-

इजिप्शियन अंकलेखन पध्दतीमध्ये प्रत्येक घरासाठी एक वेगळे चिन्ह असते. खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे या चिन्हांचा वापर करुन संख्या लिहील्या जातात.



हिंदू-अरेबिक संख्यापध्दतीमध्ये एक ते नऊ आणिशून्य हे संख्याचिन्ह आणि स्थानिक किंमत व दर्शनी किंमत हे संख्यालेखनाचे नियम समजले तर इतर संख्यालेखन पध्दतींपेक्षा ही पध्दती कशी सोपी व सोईस्कर आहे हे विद्यार्थ्यांना दिसून येईल. मूख्य म्हणजे हिंदू - अरेबिक संख्यापध्दती ही भारत आणि अरेबिय लोकांनी जगासमोर मांडली.

………

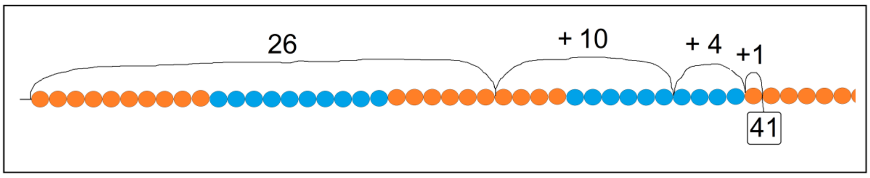
संख्याज्ञान

सराव कृती -

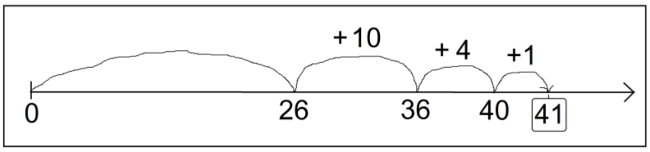
१. शंभराची मण्यांची माळा वापरून दोन अंकी संख्यांचा सराव घेणे.

- दिलेल्या संख्येमध्ये टप्प्याने संख्या मिळवित जाणे.

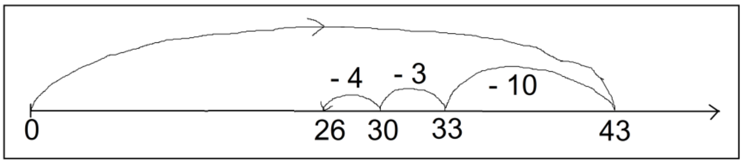
  26 + 15 म्हणजेच 26 पासून 15 मणीपुठे जातांना आपण सुरुवातीला 10 मणी पुढे गेलो तर 36 मणी होतील. नंतर 5 मणा पुढे जातांना आधी 4 मणी पुढे गेलो की आपण 40 मण्यांवर पोहोचतो. मग 1 मणी पढे गेल्यावर 41 मण्यांवर पोहोचतो. अशा पध्दतीने 26 + 15= 41 होतात असे दिसून येते.



  वरील कृती ही आपण संख्यारेषेवर चर्चा करत खालील पध्दतीने दाखवू शकतो.



  याच पध्दतीने दिलेल्या संख्येमधून मणी कमी करणे ही कृती मण्यांच्या माळेवर घेऊन संख्यारेषेवर खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे सराव घेऊ.

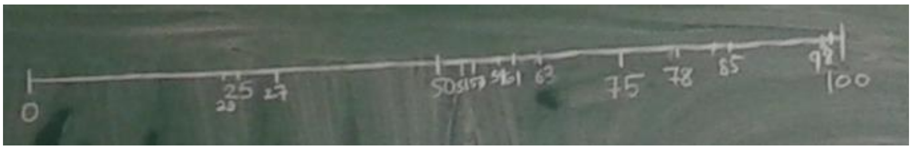


  वरील उदाहरणात दिसून येते की, 43 मधून 17 इतके मणी कमी केले तर किती मणी शिल्लक राहतात. या क्रियेमध्ये सुरुवातीला 43 मधून 10 कमी केले तर 33 मणी शिल्लक राहतात. नंतर 7 मणी वजा करण्याऐवजी प्रथम 3 मणी व नंतर 4 मणी वजा केले तर अनुक्रमे 30 व 26 मणी राहतात.

  म्हणजेच 43 – 17 = 26 होय.

  अशाप्रकारे मण्यांच्या माळेच्या आधारे दोन अंकी संख्यांच्या बेरीज व वजाबाकीचा सराव घेऊ.

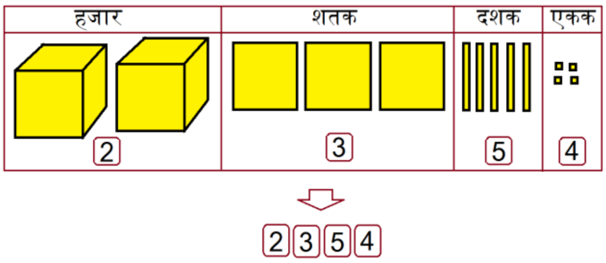
- मनातली संख्या कमीत - कमी प्रश्न विचारून संख्या ओळखण्याचा खेळ :
- दिलेल्या संख्येमध्ये किती मिळविले तर 100 तयार होती ?
- 100 मण्याची संख्यामाळ घेऊन सराव- मध्यभागीचे काही मणी लपविणे. आता न लपविलेले मणी दाखविले असता लपविलेले मणी किती आहेत ते ओळखणे.
- एक रेषाखंड फलकावर काढून एका टोकाला ‘ 0 ’ व दुसऱ्या टोकाला ‘ 100 ’ ह्या संख्या लिहील्या तर त्या रेषाखंडावर 48 ही संख्या कुठे लिहीणीर असे प्रश्न विचारुन त्या संख्येचे रेषाखंडावर स्थान दर्शविण्यास सांगणे. अशा पध्दतीने दोन अंकी संख्यांचे स्थान संख्यारेषेवर दाखविण्यास सांगणे.



असे विविध खेल मण्यांच्या माळेवर घेऊन दोन अंकी संख्यांचा सराव घेणे.

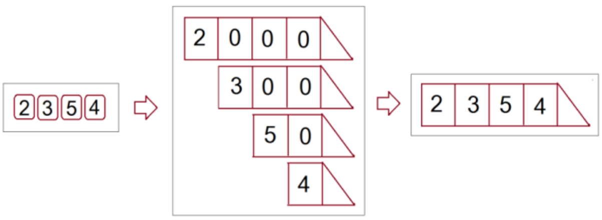
२. स्थानिक किंमत किट/ काड्या/ नाणी व नोटा वापरून चार अंकी संख्या तयार करण्याचा, त्या संख्या वस्तूरुपात घरांमध्ये मांडण्याचा, अंकात नोंद करण्याचा सराव घेणे.

स्थानिक किंमत किट कमी असल्यास चित्रामध्ये हजारचा ठोकळा, शतकाची पाटी, दहाची दांडी व एकक ठोकळे तयार करुन त्यांद्वारे देखील संख्या तयार करण्याचा सराव घेऊ शकतो.



३. स्थानिक किंमत कार्ड वापरून संख्या तयार करण्याचा खेळ घेणे -

या खेळात शिक्षक चार अंकी पर्यंतची संख्या फलकावर लिहीतील. विद्यार्थी ती संख्या स्थानिक किंमत किट वापरून तयार करतील.



मूख्य कृती -

१. आठ अंकी पर्यंतच्या संख्यांची ओळख व्हिडीओ दाखवून करणे. कार्डपेपर/पुठ्ठा वापरून हजारच्या ठोकळ्याशी तुलना करत दहा हजार, लक्ष, दहा लक्ष हे आकार तयार करणे.

या आकाराचे घन - इष्टिकाचिती तार किंवा बांबूच्या काड्या वापरून देखील तयार करु शकतो. वर्गात एक मिटर व 10 सेमीचे धागे वापरून देखील घन व इष्टिकाचीती तयार करण्याचा खेळ घेऊन ही संकल्पना स्पष्ट करु शकतो.

(सूचना- विद्यार्थी कृती करतांनाचे चित्र दाखविणे.)

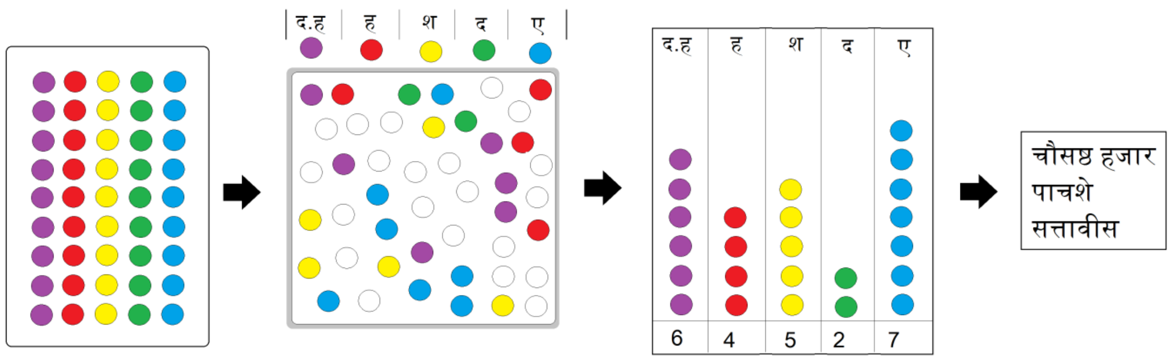
You tube Video link –

For large number introduction - https://www.youtube.com/watch?v=kmzNfokSuHA

२. पाच अंकी संख्यांच्या नावाचा सराव -

रंगानुसार कार्ड विचारात घेऊन संख्या ओळखण्याचा खेळ.

साहीत्य- दिलेल्या रंगाचे वर्तुळाकार कार्ड तयार करणे. या कार्डची एक बाजू कोरी तर दुसरी बाजू चित्रात दाखविलेल्या रंगांप्रमाणे रंगविणे.



वरील चित्रात दाखविलेला खेळ कसा खेलणार-

अ) संख्यांचा सराव-

हा खेल दोन किंवा अधिक खेळाडू खेळू शकतात. खेळाडू सर्व टोकन एका पिशवीत ठेवणार. आता पिशवीमधून सर्व कार्ड एका ठरावीक उंचीवरून ट्रे मध्ये टाकणार. ट्रे मध्ये रंगांच्या दिशेने जे कार्ड पडतील ते कार्ड दहाहजार-हजार-शतक-दशक-एकक या तक्त्यावर ठेऊन ती संख्या अंकात लिहीणार. खेळाडूला आपल्या संख्येचे नाव सांगायचे आहे. अशाप्रकारे खेळाडू स्वत:चा स्कोर लक्षात ठेवणार शेवटी कुणाचा स्कोर जास्त आहे तो खेळाडू जिंकेल.

आ) बेरीजेचा सराव-

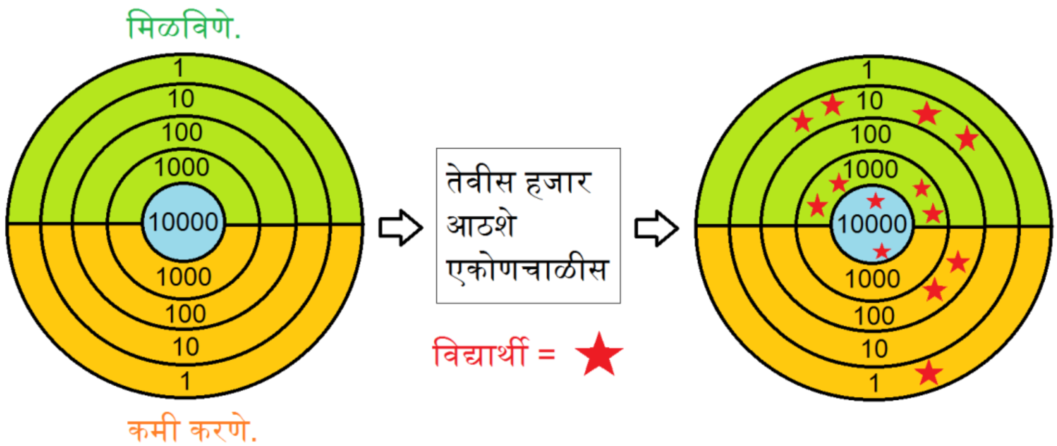
एकच खेळाडू दोन वेळा खेळून दोनसंख्या तयार करतील. त्या संख्यांची बेरीज म्हणजे त्या खेळाडूचा स्कोर होय. जास्त स्कोर असणारा खेळाडू जिंकेल.

इ) वजाबाकीचा सराव-

एकच खेळाडू दोन वेळा खेळून तयार झालेल्या दोन संख्यांमधील फरक-वजाबाकी शोधणार. सर्वात कमी स्कोर असणारा खेळाडू जिंकेल.

३. मोकळ्या जागेवर खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे पाच वर्तुळं काढून संख्या तयार करण्याचा खेळ घेणे.

कसे खेळणार- वर्तुळांचे दोन भाग केले आहेत. एक भाग मिळविणे या अर्थाने आहे. म्हणजेच मिळविणे या भागात विद्यार्थी उभे राहीले तर ज्या घरात उभे आहेत ती संख्या तयार होईल. याविरूध्द एक भाग कमी करणे या अर्थाने विचारात घेतला आहे. म्हणजेच या घरात विद्यार्थी उभा राहीला तर तितके तयार झालेल्या संख्येतून कमी करणे.



वरील चित्रामध्ये 23,829 ही संख्या तयार करतांना 800 तयार करण्यासाठी 8 विद्यार्थी 100च्या मिळविणे या भागात उभे राहणे अपेक्षित आहेत. परंतू तितके विद्यार्थी न वापरता. हजारच्या घरात मिळविणे या बाजूने चार विद्यार्थी उभे राहीले. शंभराच्या घरात कमी करणे या बाजूने दोन विद्यार्थी उभे राहीले आहेत. म्हणजेच चार हजार मधून दोनशे गेले तर तीन हजार आठशे होतात. अशाच पध्दतीने एकोणतीस ही संख्या देखील चाळीस मधून एक कमी करुन तयार केली आहे.

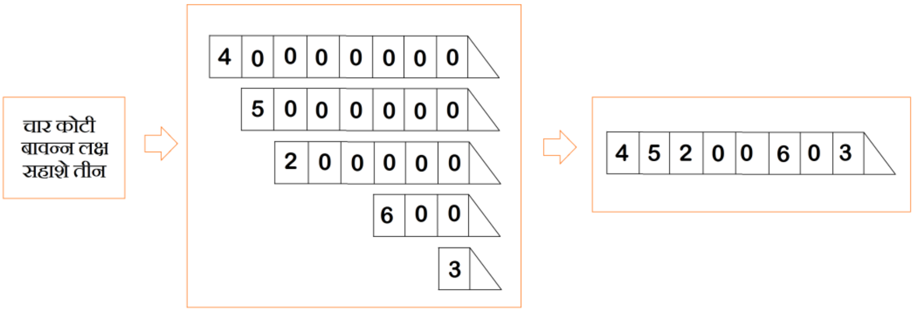
असा संख्या तयार करण्याचा खेल चालू राहील.

"गणेश म्हणतो संख्या बनवा.पाच अंकी संख्या बनवा."

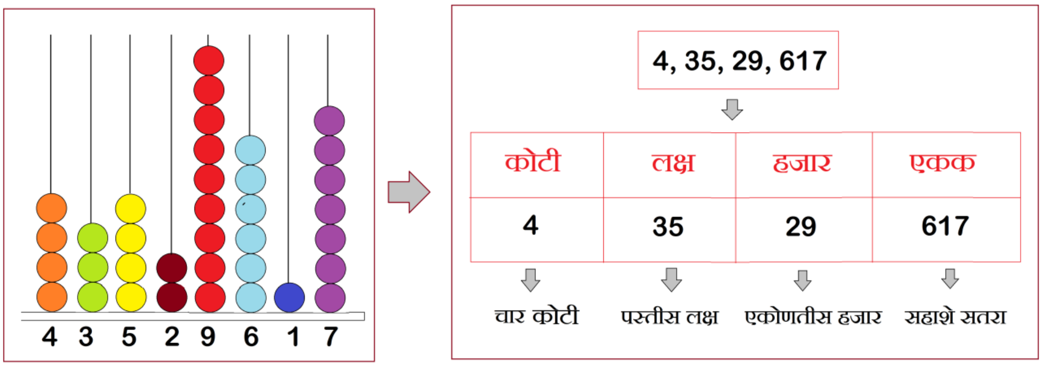
असे म्हणतविद्यार्थी वर्तुळाभोवती फिरतील. वरील वाक्य चार वेळा म्हटल्यानंतर गणेश कोणतीही पाच अंकी संख्या सांगेल व गणेश पासूनचे मागचे विद्यार्थी ती संख्या तयार करतील. संख्या बरोबर आहे की नाही ते गणेश पाहणार. पुन्हा असाच खेळ चालणार.

“दर्शना म्हणतो संख्या बनवा.पाच अंकी संख्या बनवा.”...........

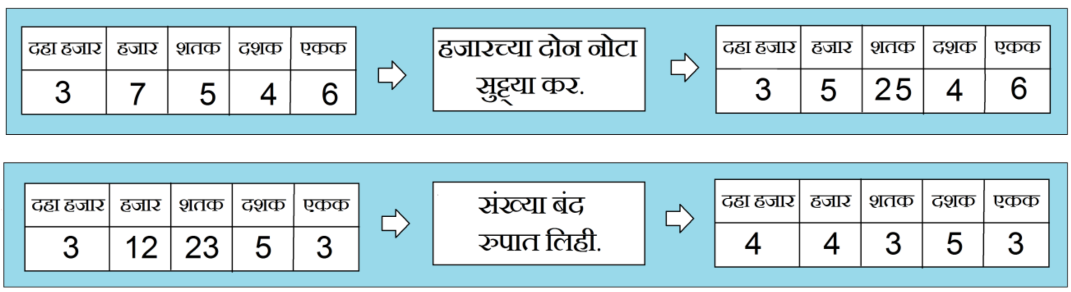
४. स्थानिक किंमत कार्ड वापरुन कोटी पर्यंतच्या संख्या तयार करणे, स्थानिक व दर्शनी किंमत यांचा सराव व संख्यांचा चढता व उतरता क्रम यावर आधारीत चर्चा करणे.



५. अबॅकसवर संख्या तयार करण्याचा त्या संख्यांचे नाव यांचा सराव घेणे.अबॅकसऐवजी मॅथमॅट / फलकावर घर तयार करुन टिंबाच्या द्वारे देखील सराव घेऊ शकतो.



६. संख्यांचे बंद व सुट्टे रुप यावर आधारीत स्थानिक किंमत किट, नाणी व नोटा यांचा आधार घेऊन स्पष्ट करणे.



“मी कोण ते ओळखा” हा खेळ-

सुरुवात	कोण आहे, 3 शतक, 12 दशक व 5 एकक

मी आहे, 425	कोण आहे, 4 शतक, 23 दशक व 12 एकक

मी आहे, 643	कोण आहे, ...

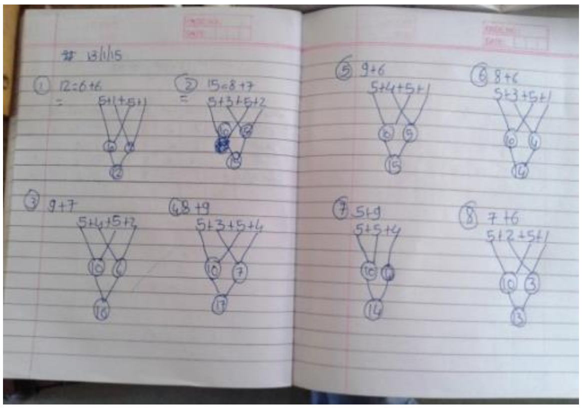
....

बेरीज व वजाबाकी

सराव कृती-

१. एक अंकी संख्यांची बेरीज व २० पर्यंतच्या संख्यांची वजाबाकी करण्याच्या विविध पध्दतींवर आधारीत चर्चा करणे. यासाठी दहाची पट्टी आणि रंगोमेट्रिचे चौरस वापरु शकतो. वीसची मण्यांची माळा, २० ची गणित रॅक यांचा देखील परिणामकारक वापर करुन सराव घेऊ शकतो.

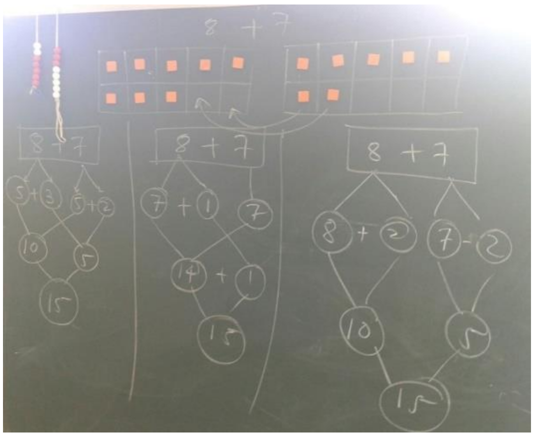
दोन विद्यार्थ्यी मिळून खेळणे- दिलेली संख्या पाचच्या टप्प्यात तोडून बेरीज करणे.



इतर पध्दती-

खालील विविध पध्दती वापरून तोंडी व चटकन बेरीज करता येते याचा सराव खालील पध्दतीने विद्यार्थ्यांसोबत घेऊ.

बेरजेचा सराव -



समजा 6 + 8 = ? ही बेरीज तोंडी करायची आहे तर कसे करणार?

- पाचचा टप्पा विचारात घेऊन-

  6 + 8 = 5 + 1 + 5 + 3...........(पाच च्या ट्प्प्यानुसार संख्येच खोड केली.)

  = 10 + 1 + 3 .... (आधी पाच-पाच ची बेरीज करुन घेतली.)

  = 10 + 4 ....(3 व 1 ची बेरीज केली.)

  = 14

- दहाचा टप्पा विचारात घेऊन-

  या प्रकारानुसार दोन पध्दतीने बेरीज करता येते.

  अ) 6 + 8 = 4 + 2 + 8 ....(8 या अंकापासून दहा तयार होण्यासाठी 2 कमी आहेत.

  . म्हणून 6 ची खोड 4 + 2 याप्रमाणे केली.)

  = 4 + 10

  = 14

  आ) 6 + 8 = 6 + 4 + 4

  = 10 + 4

  = 14

- संख्येची दुप्पट करुन-

  6 + 8 = 6 + 6 + 2 ....(6 ची दुप्पट करण्यासाठी 8 ची खोड 6 + 2 अशी केली.)

  = 12 + 2

  = 14

अशाप्रकारे दोन एक अंकी संख्यांची बेरीज 10 पेक्षा मोठी असेल तर त्यांची बेरीज आपल्याला सोपी वाटेल त्या पध्दतीने करु शकतो यावर चर्चा करणे.

वजाबाकीचा सराव -

11 ते 20 या संख्यांमधून कोणतीही एक अंकी संख्या वजा करणे-

15 - 8 ही वजाबाकी करायची आहे.

- वजा करण्याच्या एक अंकी संख्येची खोड करणे-

$$\begin{aligned}15 - 8 &= 15 - 5 - 3\\ &= 10 - 3\\ &= 7\end{aligned}$$

- ज्या संख्येतून वजा करायची आहे त्या संख्येची 10 + ? या पध्दतीने खोड करणे-

$$\begin{aligned}15 - 8 &= 10 + 5 - 8\\ &= 10 - 8 + 5\\ &= 2 + 5\\ &= 7\end{aligned}$$

- वजाबाकीचा बेरीज हा उलट अर्थ विचारात घेऊन-

$$\begin{aligned}8 + ? &= 15\\ 8 + 2 + 5 &= 15\\ 8 + 7 &= 15\end{aligned}$$

अशा पध्दतीने तोंडी एक अंकी संख्यांची वजाबाकी करण्याचा सराव हा हातच्याची वजाबाकी करतांना विद्यार्थ्यांना पटकन उत्तर शोधण्यास उपयुक्त ठरतो. विद्यार्थ्यांना वजाबाकी करतांना आत्मविश्वास वाढतो.

कार्डचा खेळ -

१ ते ९ हे कार्ड वापरून बेरीज करण्याचा खेळ, १ ते २० हे कार्ड वापरून संख्या ओळखण्याचा खेळ हे कसे खेळायचे ते विद्यार्थ्यांना सांगणे. विद्यार्थ्यींना गणिताच्या तासाव्यतिरिक्त उपलब्ध वेळेत खेळ खेलण्यास प्रोत्साहीत करु शकतो.

२. मण्यांची माळा व 1 ते 100 चा बोर्ड वापरून दोन अंकी संख्यांची तोंडी बेरीज-वजाबाकी करण्याच्या विविध पध्दतींवर विद्यार्थ्यांशी चर्चा करणे.

- **बेरीज -**

आपणास 37 + 28 या संख्यांची बेरीज करायची आहे. तर आपण ही बेरीज करतांना विद्यार्थ्यांना सुरुवातीला अंदाज करायला सांगू की, या दोन संख्यांची बेरीज अंदाजे किती असेल ?

विद्यार्थ्यांना अंदाज करु देत की, 37 ही 40 च्या जवळची संख्या आहे व 28 ही 30 च्या जवळची संख्या आहे म्हणजेच अंदाजे उत्तर हे 60 ते 70 च्या दरम्यान असेल.

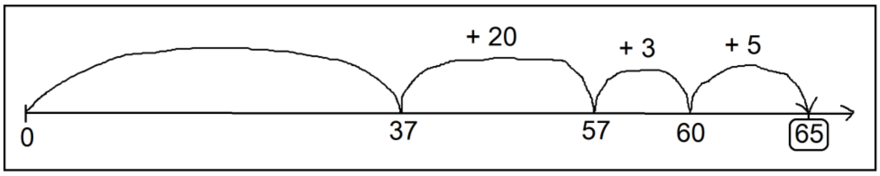
अशा पध्दतीने चर्चा झाल्यानंतर खालील पध्दतींनी सराव देत विद्यार्थ्यांना तोंडी उत्तरापर्यंत पोहोचण्यास प्रोत्साहीत करु.

अ) संख्यारेषा वापरून-

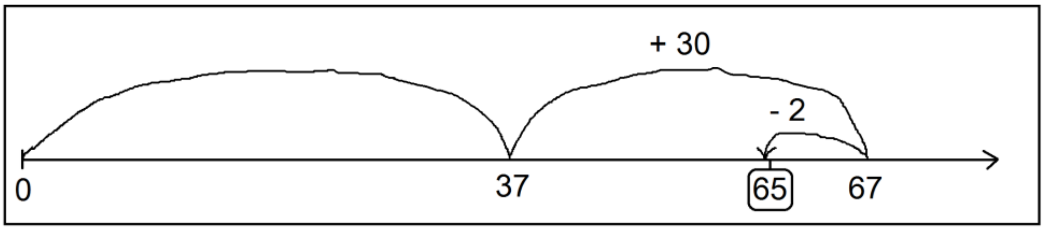
37+ 28 ही बेरीज करतांना

- 37 मध्ये 20 मिळविले तर 57 होतात.
- पुढे 8 मिळविण्यापेक्षा 8 ची खोड 3 + 5 याप्रमाणे केली.

- आता 57 मध्ये 3 मिळवून 60 होतात.
- 60 मध्ये 5 मिळविले की, 65 होतील.

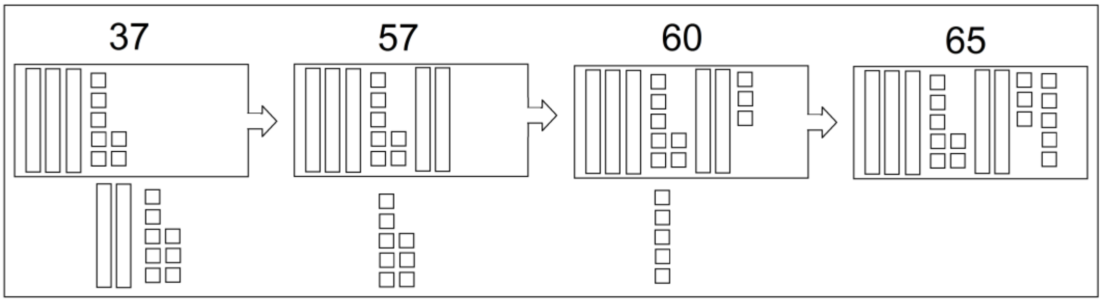


याचप्रमाणे विद्‌यार्थ्यी असेही विचार करु शकतात की, 28 ही संख्या 30 पेक्षा दोन ने लहान आहे. म्हणून 37 मध्ये 30 मिळवून 67 होतील व 67 मध्ये 2 जास्त मिळविलेत म्हणजेच उत्तर 65 आहे. या पध्दतींनी शोधलेले उत्तर खालील चित्रात दिसून येते.



आ) स्थानिक किंमत किट वापरून-

वरील पध्दतीनेच विचार करत आपण स्थानिक किंमत किट ने देखील उत्तर शोधू शकतो.



यापध्दतीने संख्यारेषा व स्थानिक किंमत किट द्‌वारे वजाबाकी करण्याचा सराव घेऊ.

मूख्य कृती-

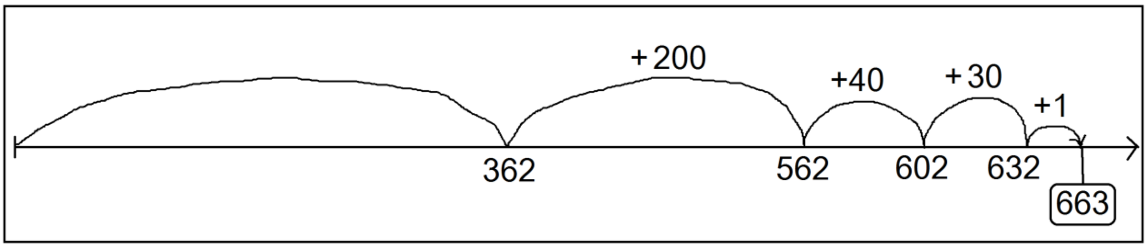
१. तीन व चार अंकी संख्यांच्या बेरजेचा विविध पध्दतींनी सराव-

अ) संख्यारेषा वापरून-

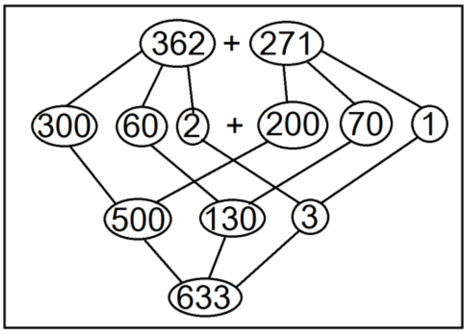
362 + 271ही बेरीज तोंडी करतांना विद्‌यार्थ्यांशी खालील पद्‌धतीने चर्चा करुन उत्तर शोधू.

अंदाजे उत्तर शोधून घेणे. (271 हे 300 च्या जवळ व 362 हे 350 च्या जवळ आहेत. म्हणजेच अंदाजे उत्तर हे 650 च्या जवळपास असेल.)

यानंतर संख्यारेषेचा वापर करून खालील पध्दतीने उत्तर शोधू.



आ) स्थानिक किंमत व विस्तारीत रुप विचारात घेऊन बेरीज करणे-

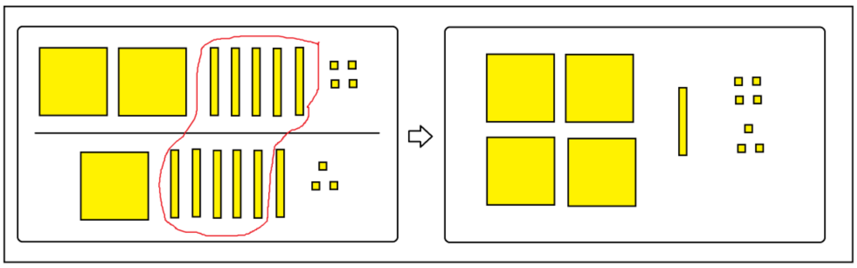


$$
\begin{aligned}
362 &= 300 + 60 + 2 \\
+\,271 &= 200 + 70 + 1 \\
\hline
&= 500 + 130 + 3 \\
&= 630 + 3 \\
&= 633
\end{aligned}
$$

२. स्थानिक किंमत किट वापरून बेरीज व वजाबाकी-

तीन व चार अंकी संख्यांची बेरीज व वजाबाकी स्थानिक किंमत किंट किंवा नाणी व नोटांचा वापर करुन खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे सराव घेऊ.

साहीत्य वापरुन जमिनीवर केलेली कृती

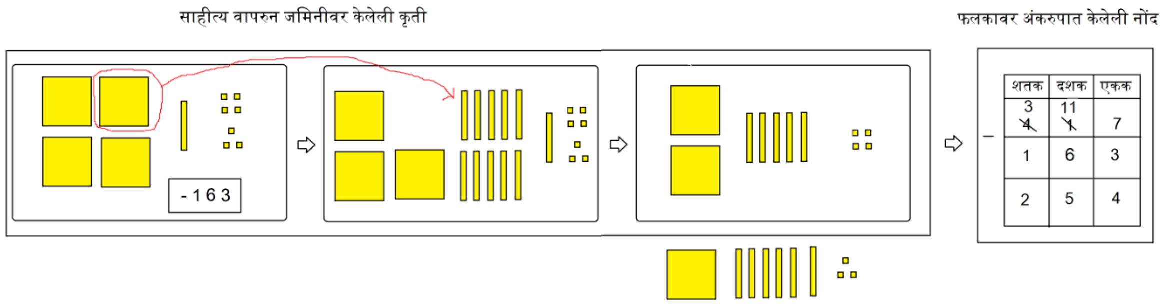


फलकावर अंकरुपात केलेली नोंद

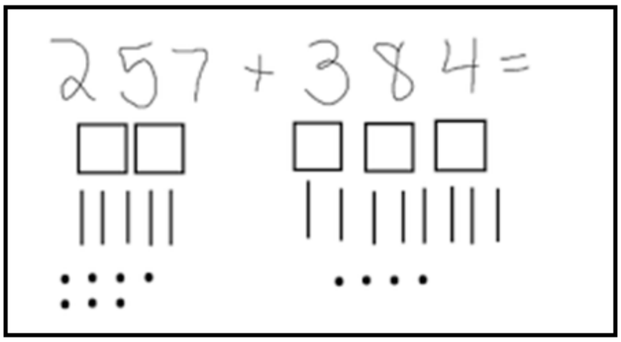
	शतक	दशक	एकक
	1 2	5	4
+	1	7	3
	4	1	7

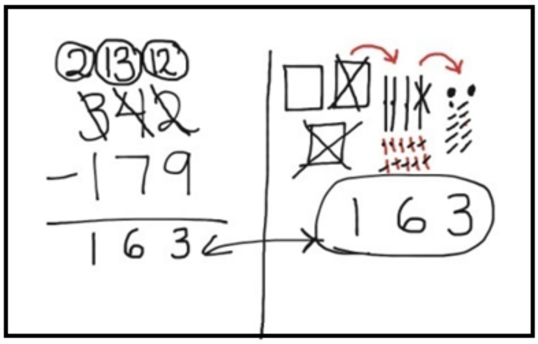
वरीलप्रमाणे बेरीज करण्याचा सराव जमिनीवर संख्या तयार करुन घेऊ. बेरीज करत असतांना साहीत्याद्वारे संख्यांवर केलेल्या कृतीची फलकावर अंकरुपात नोंद करणे. याचप्रमाणे वजाबाकी करण्याची कृती घेऊ.

वजाबाकी करतांना मात्र काही वेळा शतक किंवा दशक सुट्टा करुन वजा करावा लागतो. ती कृती केल्यानंतर वजाबाकी करु शकतो.



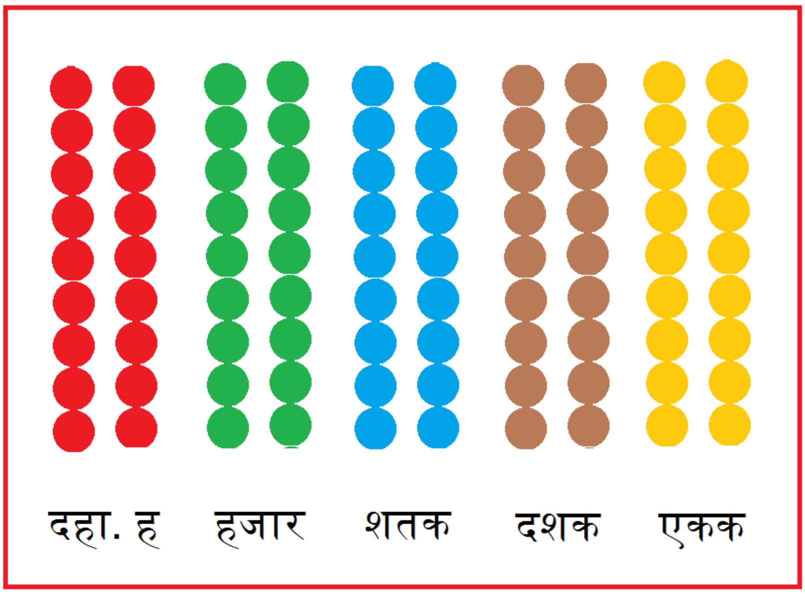
साहीत्यामधून कृती करुन बेरीज - वजाबाकी करण्याचा सराव दिल्यानंतर विद्यार्थ्यांना फक्त अंकरुपात बेरीज व वजाबाकीचा सराव देऊ. आवश्यकता भासल्यास विद्यार्थी खाली चित्रात दाखविल्याप्रमाणे शतक पाटी, दशक दांडी व एकक ठोकळा यांचे चित्र काढून वजाबाकी करतील.





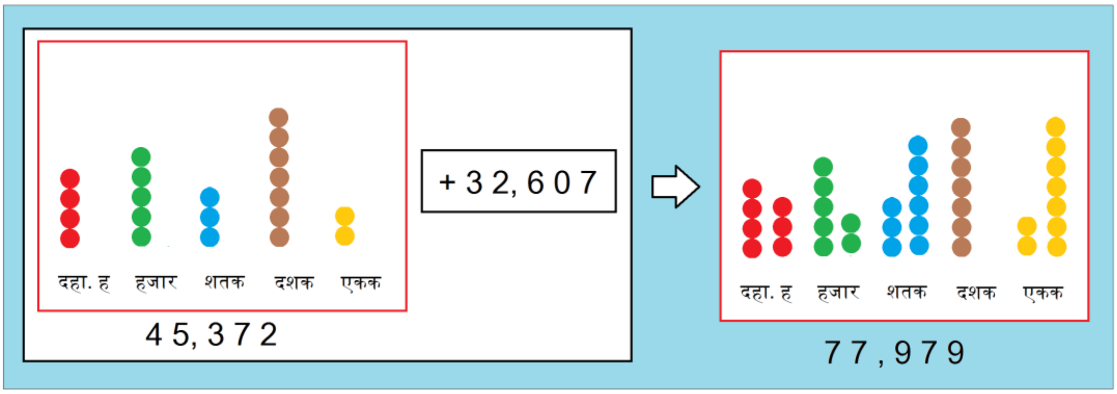
३. अबॅकसचा वापर करुन पाच अंकी पर्यंतच्या संख्यांची बेरीज व वजाबाकी करण्याचा सराव घेणे. (अबॅकस म्हणून मॅथमॅटचा देखील वापर करु शकतो.)

- अबॅकस / मॅथमॅटची मांडणी - एका रांगेत 9 मणी अशा दोन रांगांमध्ये एका घरासाठी एकूण 18 मणी दिले आहेत.



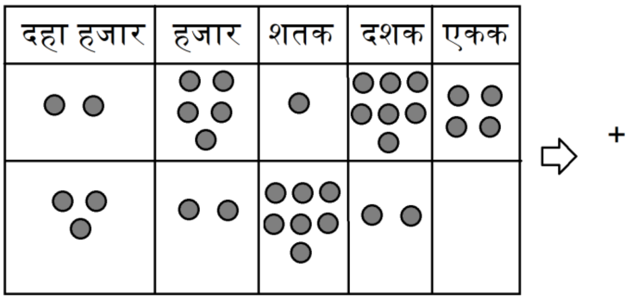
बेरीज -

- साधी बेरीज -



वरील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे अबॅकस/मॅथमॅटवर आपण एक संख्या तयार करणार. जी संख्या मिळवायची आहे ती फलकावर लिहीणार. फलकावर लिहीलेल्या संख्येइतके मणी अबॅकसवर तयार केलेल्या संख्येत मिळविणार. . अशा प्रकारे अबॅकसवर तयार झालेली नवीन संख्या म्हणजे त्या दोन संख्यांची बेरीज होय.

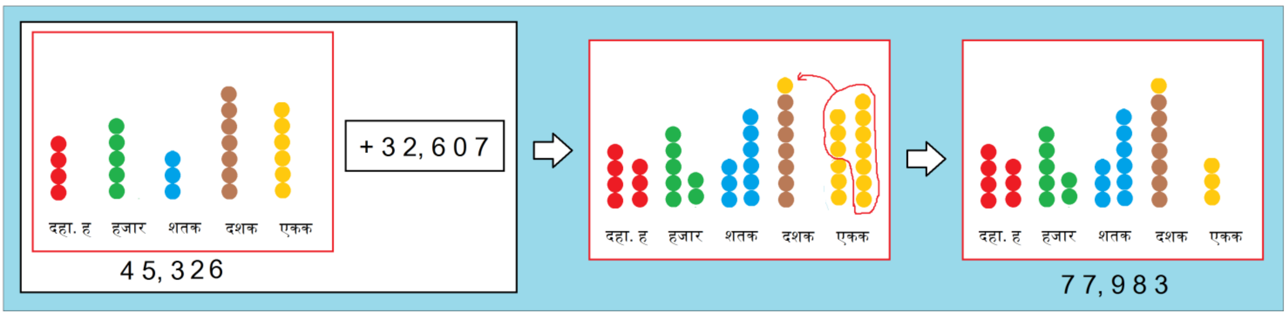
वरील प्रमाणे चार ते पाच गणितांचा अबॅकसवर सराव झाल्यानंतर खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे विद्यार्थ्यांना बेरजेची उदाहरणेदेऊन सोडविण्यास सांगणे. उदाहरण सोडविण्यासाठी विद्यार्थी अबॅकसप्रमाणे चित्र काढूनउत्तरापर्यंत पोहोचू शकतो.



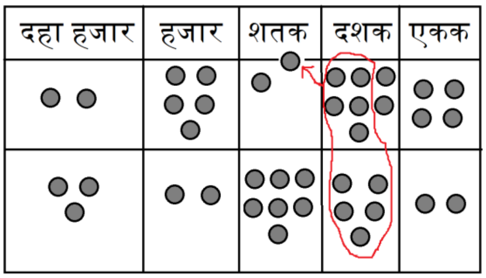
57,894

दहा हजार	हजार	शतक	दशक	एकक
2	5	1	7	4
3	2	7	2	0
5	7	8	9	4

- हातच्याची बेरीज -



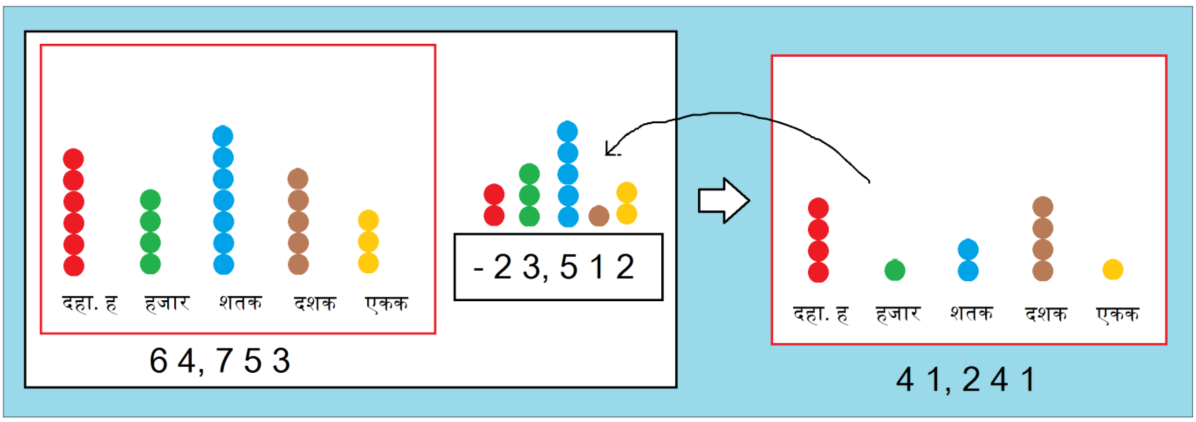
हातच्याची बेरीज करतांना फरक इतकाच आहे की अबॅकसवर एका घरात दहा किंवा दहा पेक्षा जास्त मणी झाले की, ते दहा मणी काढून त्या घराच्या पुढच्या घरात एक मणी ठेवणे. म्हणजेच, दहा सुट्या मण्यांच्या ऐवजी आपण पुढच्या घरात एक मणी घेऊन संख्या बंद रुपात रुपांतरीत करतो. चार- पाच उदाहरणांनंतर फक्त अंकांमध्ये बेरीज करण्याचा सराव घेऊ. आवश्यकता वाटल्यास विद्यार्थी खाली चित्रात दाखविल्याप्रमाणे चित्र पध्दतीचा वापर करुन उदाहरणे सोडवू शकतात.



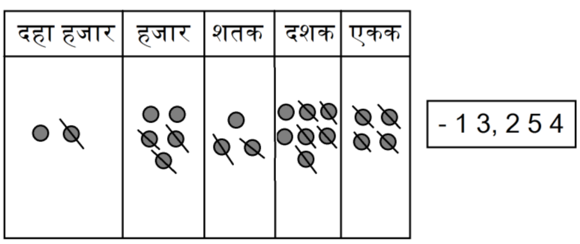
57,926

दहा हजार	हजार	शतक	दशक	एकक
2	5	1 (हातचा 1)	7	4
+ 3	2	7	5	2
5	7	9	2	6

- साधी वजाबाकी -



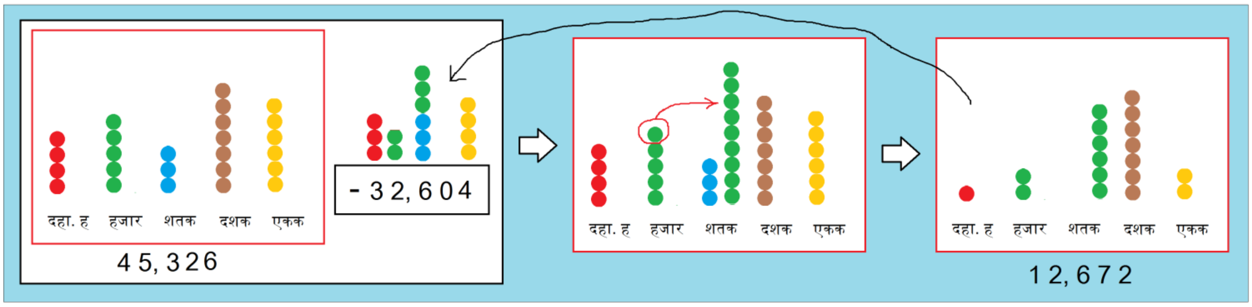
- वरील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे अबॅकसवर संख्या तयार करुन घेणे.
- आता जी संख्या वजा करायची आहे ती संख्या फलकावर लिहीणे.
- फलकावर लिहीलेल्या संख्येइतके मणी अबॅकसवरुन काढणे.
- आता अबॅकसवर जी शिल्लक राहीलेली संख्या म्हणजे वजाबाकी होय.



12,120

दहा हजार	हजार	शतक	दशक	एकक
2	5	3	7	4
− 1	3	2	5	4
1	2	1	2	0

- हातच्याची वजाबाकी -

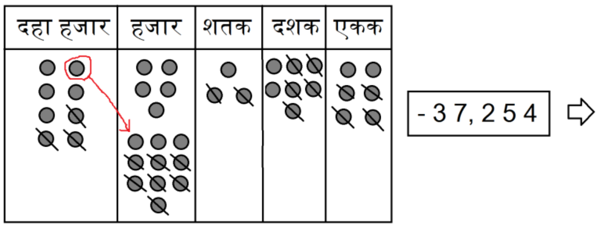


वजाबाकी करतांना विद्यार्थ्यांचे एका गोष्टीकडे लक्ष केंद्रीत करायचे की, जर एखाद्या घरात आपल्याला वजा करण्याइतके मणी नसतील तर आपण त्या घराच्या आधीच्या घरातील एक मणी सुट्टा करायचा. त्या एका मण्याच्या किंमतीचे दहा मणी घरात मांडणे.

वरील चित्रात दिसून येते की,

- शतकाच्या घरात तीनच मणी आहेत. म्हणजेच तीनशे मधून सहाशे वजा करायचे आहेत.
- हजारच्या घरातील एक मणी सुट्टा करुन शतकाच्या घरात दहा मणी घेतले.
- अशा पध्दतीने शतकाच्या घरात तेरा शतक झाले.
- तेरा शतकांमधून आता आपण सहा शतक काढू शकतो.

जर विद्यार्थ्यांना ही क्रिया अवघड जात असेल तर पुन्हा आपण नाणी व नोटा किंवा स्थानिक किंमत किट वापरुन बंद व सुट्टे रुप यांचा सराव घेऊ.विद्यार्थ्यांना अबॅकसवर ही क्रिया समजल्यानंतर खालील प्रमाणे विद्यार्थी उदाहरणे सोडवू शकतात. आवश्यकता वाटल्याच चित्र काढून सोडवतील व नंतर अंकात उत्तर शोधतील.



\+

दहा हजार	हजार	शतक	दशक	एकक
8	5	3	7	6
3	7	2	5	4
3	8	1	2	2

अशा प्रकारे आठ अंकी संख्यांपर्यंतची बेरीज व वजाबाकी वरील पध्दतीचा आधार घेऊन करु शकतो. तसे पाहता विद्यार्थ्यी चार अंकी संख्यांपर्यंतच बेरीज व वजाबाकी करण्याचा नियम समजतात व पुढे ते स्वत:च बेरीज वजाबाकी करतात. पण काही विद्यार्थ्यांना वस्तूरुपात - चित्ररुपात समजण्यास तुलनात्मक जास्त सोपे जाते. अशा विद्यार्थ्यांना या पध्दतीचा आधार देऊन बेरीज व वजाबाकीमध्ये सक्षम बनवू शकतो.

गुणाकर व भागाकार

सराव कृती-

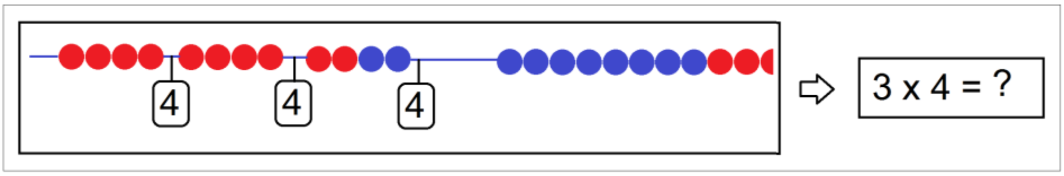
१. शंभरची मण्यांची माळा वापरून दोन अंकी संख्यांपर्यंतचा गुणाकार व भागाकार यांचा सराव घेणे. लेखी रुपात गुणाकार व भागाकाराच्या मांडणीवर आधारीत चर्चा करणे.

गुणाकार -

तीन वेळा चार मणी घेतले तर एकूण किती मणी होतात?"चार वस्तूंचे तीन गट" म्हणजेच एकूण 12 वस्तू होतात. येथे चार वस्तूंचे तीन गट आहेत. म्हणून एकूण वस्तू किती हे शोधतांना दोन पध्दतीने आपण नोंद करु शकतो.

अ) 4 + 4 + 4 = 12

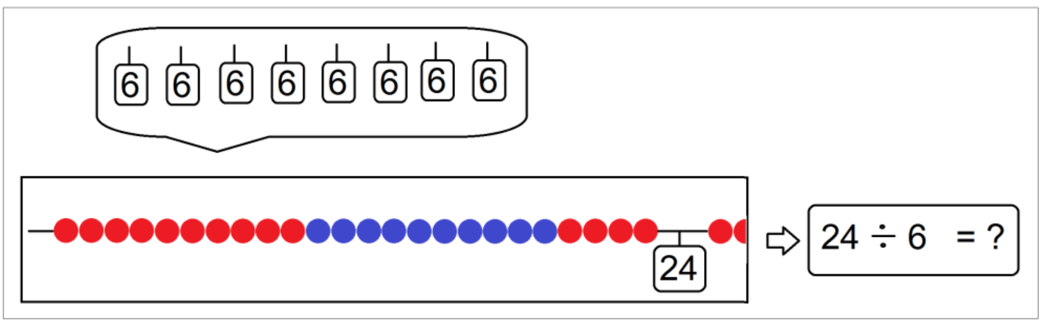
आ) 3 x 4 = 12



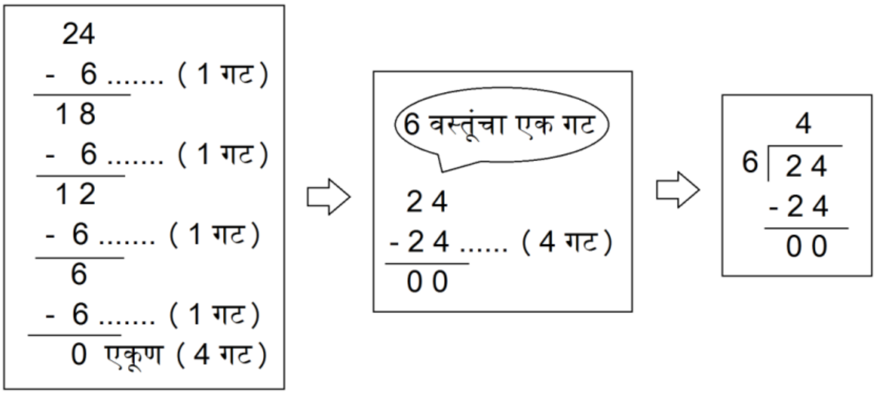
वरील कृतीत एकाच अंकाची बेरीज होतांना दिसते म्हणून ही नोंद आपण गुणाकार रुपात करतो. ते म्हणजे 3 x 4ही पध्दत होय. 3हा अंक किती गट आहे हे दर्शवितो. तर 4 हा अंक एका गटात किती वस्तू आहेत हे दर्शवितो.

भागाकार -

आपल्याकडे एकूण 24 मणी आहेत. या मण्यांपासून 6-6 चे गट तयार करायचे आहे. तर 24 मण्यांपासून 6 वस्तू असलेले किती गट तयार होतील. यावर आधारीत चर्चा करणे. विद्यार्थी 6- 6 वस्तूंचे गट करत जातील व शेवटी त्यांना दिसून येईल की 4 गट तयार होतात.



वरील पध्दतीने दिलेल्या वस्तूंचे समान गट करणे हा अर्थ विचारात घेऊन भागाकार करुया. या क्रियेची नोंद आपण खालील पध्दतीने करु शकतो.



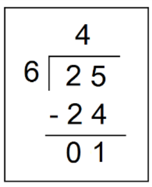
24 वस्तूंपासून 6-6 वस्तूंचे गट तयार करतांना आपण 24 मधून 6-6 वस्तू कमी करत जातो. म्हणजेच पून्हा- पून्हा वजाबाकी होतांना दिसून येते. ही वजाबाकी करतांना किती गट तयार होतात याची आपणास स्वतंत्र नोंद ठेवावी लागते. त्याच पध्दतीने वजा झालेली संख्या विचारात घेऊन शिल्लक किती राहतात याची देखील आपण नोंद करतो.

परंतू वजाबाकी रुपात मोठी नोंद करण्यापेक्षा वजाबाकीची आपण सोप्या पध्दतीत नोंद करु शकतो. ही नोंद करण्याची विशेष पध्दती म्हणजे ‘भागाकार’ होय.

भागाकार करतांना आपणास दिसून येते की,

- 24 ही संख्या आपल्याकडे किती वस्तू आहेत हे दर्शविते.
- 6 हा अंक आपणास एका गटात किती वस्तू घ्यायच्या आहेत. थोडक्यात किती वस्तूंचा गट तयार करायचे आहे हे सूचवितो.
- 4 हा अंक किती गट तयार झालेत ते सांगतो.

काही वेळा गट तयार होऊन शिल्लक देखील राहू शकते. म्हणजेच 25 मण्यांपासून 6-6 मण्यांचे गट तयार केले असते तर 4 गट तयार झाले असते. मात्र या ठिकाणी 1 मणी शिल्लक राहीला असता. याची नोंद खालील चित्रात दाखविल्याप्रणाणे केली असती.



२. पाढ्यांचा सरावासाठी खेळ-

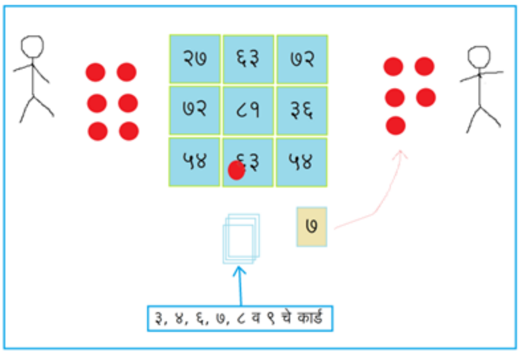
ज्या विद्यार्थ्यांचे 9 पर्यंत पाढे येत नसतील त्या विद्यार्थ्यांना खालील विविध खेळांचा वापर करुन पाढ्यांचा सराव देऊ. हे खेळ विद्यार्थ्यांना कसे खेळायचे ते सांगणे. फावळ्या वेळास हे खेळ खेळत विद्यार्थ्री पाढे शिकतील.

अ) डॉमिनोज खेळ -गटामध्ये विद्यार्थ्यांना खालील कार्ड देणे. कार्डवरील प्रश्न व त्याचे उत्तर विचारात घेऊन कार्ड क्रमानुसार जोडायचे आहेत.

आ) मणी हारण्याचा खेळ -

हा खेळ दोन खेळाडू खेळतील. एका खेळाडूने पाच किंवा सहा ठोकळे घेणे. खालील खेळ हा 9 च्या पाढ्याच्या सरावावर आधारीत आहे. खेळाडूने एक कार्ड उचलने व त्या कार्ड वरील संख्या यांचा गुणाकार करुन आलेल्या उत्तरावर एक ठोकळा ठेवायचा आहे.

खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे खेळाडूला 7 हा कार्ड आला आहे. 9 x7 = 63 म्हणून खेळाडूने 63 या संख्येवर ठोकळा ठेवला आहे. अशा पध्दतीने खेळ चालणार.

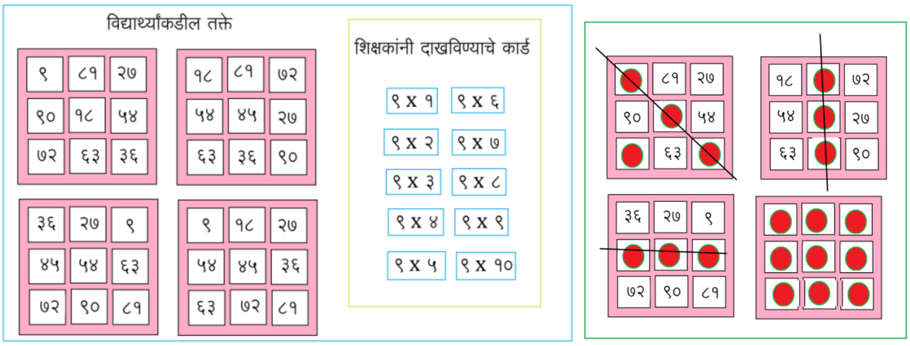


एक वेळ अशी येईल की, आलेल्या कार्ड वरील संख्येवर आगोदरच ठोकळा ठेवलेला असेल. अशा वेळी त्या खेळाडूने त्या संख्येवरील ठोकळा आपल्याकडे उचलून घ्यायचा आहे.

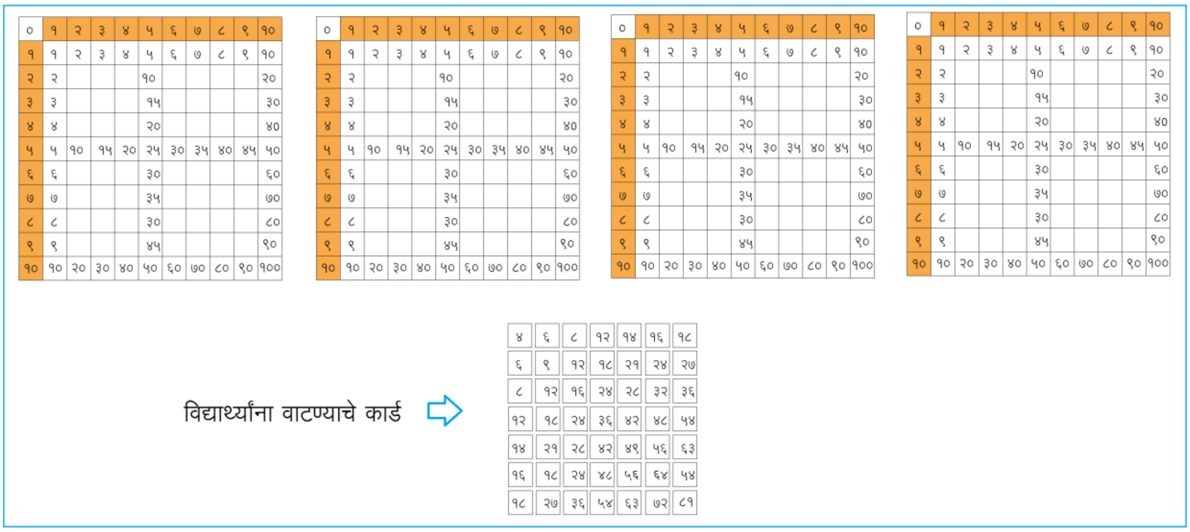
म्हणजेच जेव्हा खेळाडूकडील सर्व ठोकळे संपतील तेव्हा तो खेळाडू जिंकेल.

इ) बिंगो खेळ -

खालील खेळ हा 9 च्या पाढ्याच्या सरावर आधारीत आहे. हा खेळ चार खेळाडू खेळतील. प्रत्येक खेळाडू 9 ठोकळे घेईल. शिक्षक किंवा एक पाचवा खेळाडू दिलेले गुणाकाराचे कार्ड दाखविणार. शिक्षकांनी दाखविलेले कार्डवरील गुणाकाराचे उत्तर असणारी संख्या आपल्याकडे असेल तर खेळाडू त्या अंकावर टोकन ठेवील. अशा पध्दतीने ज्या खेळाडूची तीन ठोकळे ठेवून चित्रात दाखविल्याप्रमाणे एक रांग पूर्ण होईल तो खेळाडू जिंकेल. हा खेळ असाच पुढे चालू राहील. ज्या खेळाडूचा पूर्ण तक्ता झाकला जाईल तो खेळाडू देखील दुसरा विजेता असेल.



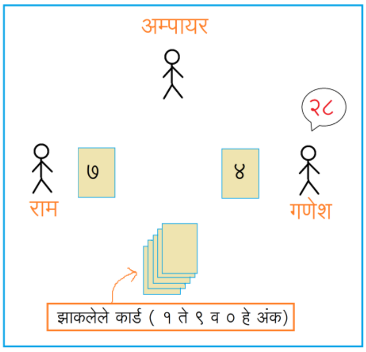
ई) 100 च्या चौकटीवर दाखविलेला अंक ओळखण्याचा खेळ -प्रत्येक विद्यार्थ्याकडे खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे एक- एक तक्ता देणे. आता चित्रात दिलेले कार्ड सर्व खेळाडूंना समान वाटून घ्यायचे आहे. आपल्याकडे आलेले कार्ड विद्यार्थ्यांना दिलेल्या तक्त्यावर मांडायचे आहेत.शेवटी एका खेळाडूने दुसऱ्या खेळाडूचा तत्का तपासून पहायचा आहे.



उ) 1 ते 9 हे कार्ड वापरून पाढे सांगण्याचा खेळ-

चित्रात दाखविल्याप्रमाणे खेळाडू 1 ते 9 व 0 हे अंक लिहीलेले कार्ड दोन्ही खेळाडू समान वाटून घेतील. (1 ते 9 व 0 हे अंक लिहीलेल्या कार्डचे तीन ते चार सेट एकत्रित करुन दोन खेळाडूंना देणे.) एक खेळाडू हा अम्पायर असणार.

आता खेळाडू आपल्याकडील एक- एक कार्ड दाखविणार जो खेळाडू सर्वात आधी उत्तर सांगणार त्या खेळाडूला दोन्ही कार्ड मिळतील. (मिळालेले कार्ड हातातील खेळण्याच्या कार्ड मध्ये ठेऊ नये.) तो खेळाडू जिंकेल. ज्या खेळाडूला कमी कार्ड मिळाले असतील तो खेळाडू पुढच्या वेळेस अम्पायर होणार व जिंकलेला खेळाडू व आताचा अम्पायर मिळून खेळ खेळणार.



ऊ) टेबल वॉर हा खेळ-

२, ३, ४, ५ | ६, ७, ८, ९

१२	३२	३६	२७	३५	२८	४०	१२	१४
१६	१४	४०	१२	३२	३६	३०	३२	४०
४५	१८	२१	१४	१६	१८	२७	२४	२७
३५	२४	२१	४५	३५	३६	१६	३६	१६
३०	२४	२८	२४	२१	१८	२७	४५	१२
४५	३०	३२	४०	२८	२४	२८	३२	२४

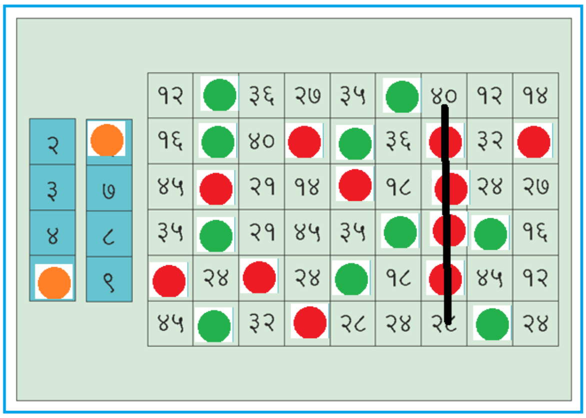
६, ७, ८, ९ | ६, ७, ८, ९

६४	५६	४२	५६	४२	६४	४९	४२	७२
४८	३६	६४	३६	४९	४२	७२	५६	८१
५६	७२	४२	६४	६४	३६	४८	४२	५६
३६	७२	६४	३६	७२	६३	८१	५६	३६
४९	६४	४८	८१	४२	८१	६४	५४	४२
४८	३६	५४	३६	५४	७२	५४	४८	३६

वरील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे level – 1 व level -2 असे दोन खेळ आहेत. खेळ खेळण्याचे नियम मात्र सारखेच आहेत. दोन खेळाडूंकडे दोन वेगवेगळ्या रंगाचे वस्तू (टोकन) देणे.

खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे खेळाडू डावीकडील आठ अंकांपैकी दोन अंकांवर ठोकळे ठेवणार. (2, 3, 4 व 5 या अंकांवर एक ठोकळा व 6, 7, 8 व 9 या अंकावर एक ठोकळा.)

आता खेळाडू कोणताही एक ठोकळा याच आठ अंकांपैकी कोणत्याही एका अंकावर ठेवणार व त्या दोन रांगांमधील ज्या-ज्या अंकावर ठोकळा ठेवला आहे. त्या अंकांच्या गुणाकाराच्या संख्येवर तक्त्यात एक वस्तू ठेवणार. शेवटी ज्या खेळाडूची चार वस्तूची उभी/ आडवी/ तिरपी रांग तयार होईल तो खेळाडू जिंकेल.



३. जोडो ठोकले वापरून गुणाकार आयत रुपात व्यक्त करु शकतो यावर आधारी खेल-

विद्यार्थ्यांना जोडो ठोकळे देणे व त्यांपासून 3 x 4 हा गुणाकार तयार करुन दाखविण्यास सांगणे.

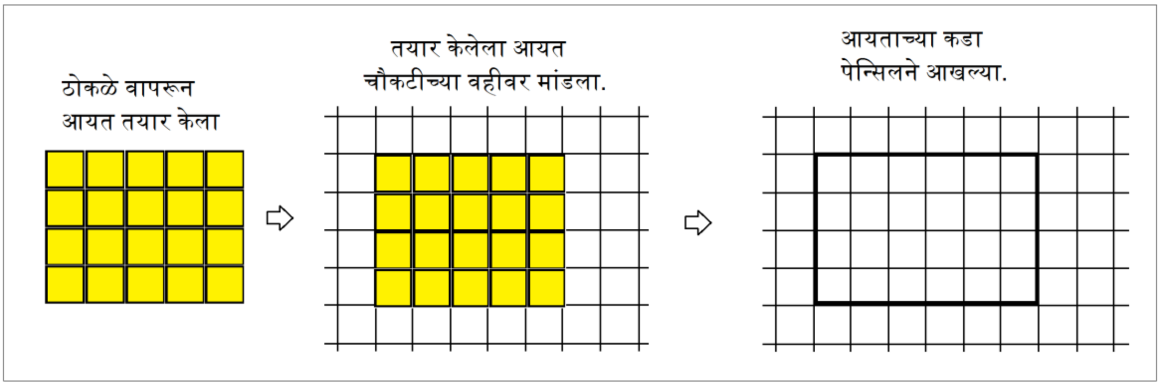
सूचना - विविध पध्दतीने जोडो ठोकळे वापरून 3 x 4 या गुणाकाराचा फोटो.

विद्यार्थी विविध पध्दतीने आकार तयार करुन हा गुणाकार दाखवतील. या कृतीतून गुणाकार आयत रुपात व्यक्त करु शकतो या मुद्द्यावर विद्यार्थ्यांशी चर्चा करणे.

विद्यार्थ्यांना स्थानिक किंमत किट मधील एकक ठोकळे वापरुन

4 x 5, 3 x 6, 5 x 7, 7 x 8

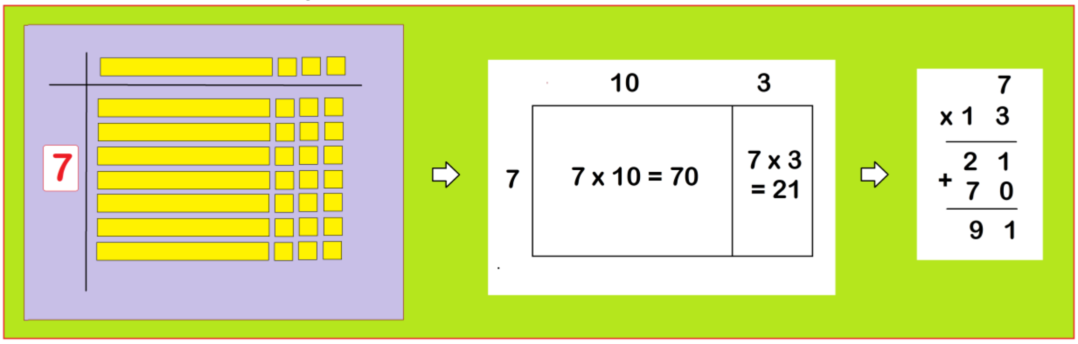
असे आयत तयार करण्यास सांगणे. खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे विद्यार्थी हा गुणाकार एकक ठोकळे वापरून तयार करुन दाखवितील व चित्रात दाखविल्याप्रमाणे कृती करतील.



मूख्य कृती-

गुणाकार-

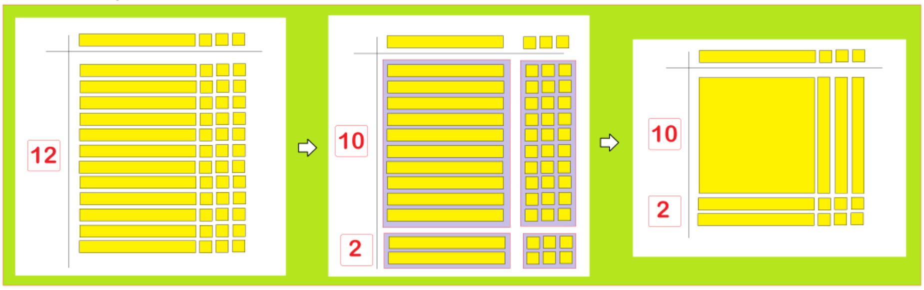
१. एकक ठोकळे व दशक दांडी यांचा वापर करुन दोन अंकी संख्येस एक अंकी संख्येने गुणणे हे वस्तूरुपात व्यक्त करणे, तो गुणाकार चौकटी वहीवर आयत रुपात व्यक्त करणे व अंकरुपात या गुणाकारांची नोंद करणे हा सराव घेणे.



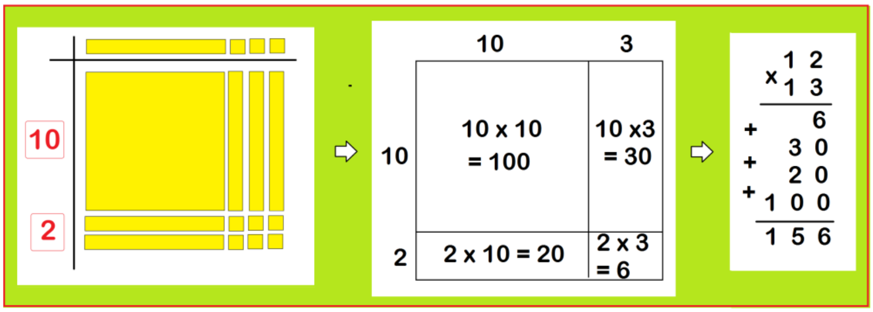
२. कॅल्क्युलेटर वापरून दहाच्या पटीत येणाऱ्या संख्यांनी गुणण्याचा सराव. शून्य वगळण्याचा नियम यावर चर्चा करणे. (प्रश्न समजण्यासाठी कार्यपुस्तिका पाहणे.)
३. गुणाकार व भागाकार यांच्या सहसंबंधांवर आधारीत कार्डचा खेल. (कार्यपुस्तिका पाहणे.)
४. स्थानिक किंमत किट वापरून दोन अंकी संख्येला दोन अंकी संख्येने गुणणे हे

- वस्तूरुपात घेणे,
- तो गुणाकार चौकटी वहीवर आयत रुपात व्यक्त करणे
- अंकरुपात या गुणाकारांची नोंद करणे
- नाणी व नोटांचा देखील वापर करुन दोन अंकी संख्यांच्या गुणाकाराची समज पक्की करुया.

अ) वस्तूरुपात गुणाकार व्यक्त करणे-

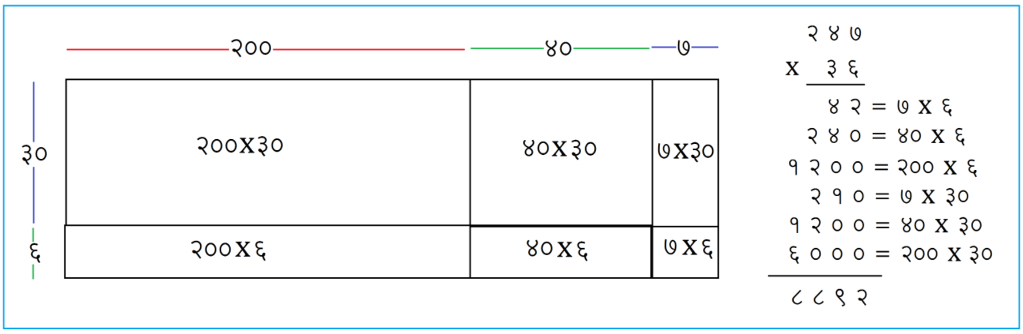


आ) वस्तूरुपातून-चित्ररुपात व चित्ररुपातून अंकरुपात गुणाकाराची मांडणी-

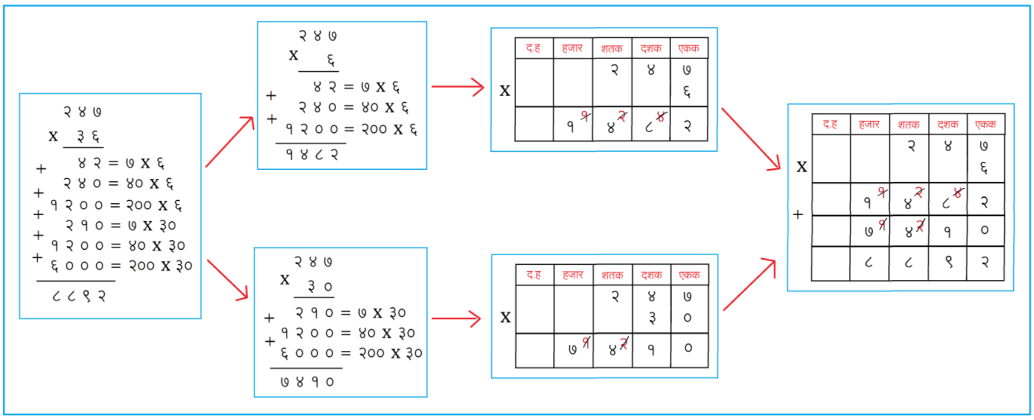


५. तीन अंकी संख्येला एक व दोन अंकी संख्येने गुणणे-

- आयत पध्दतीने गुणाकार करणे.

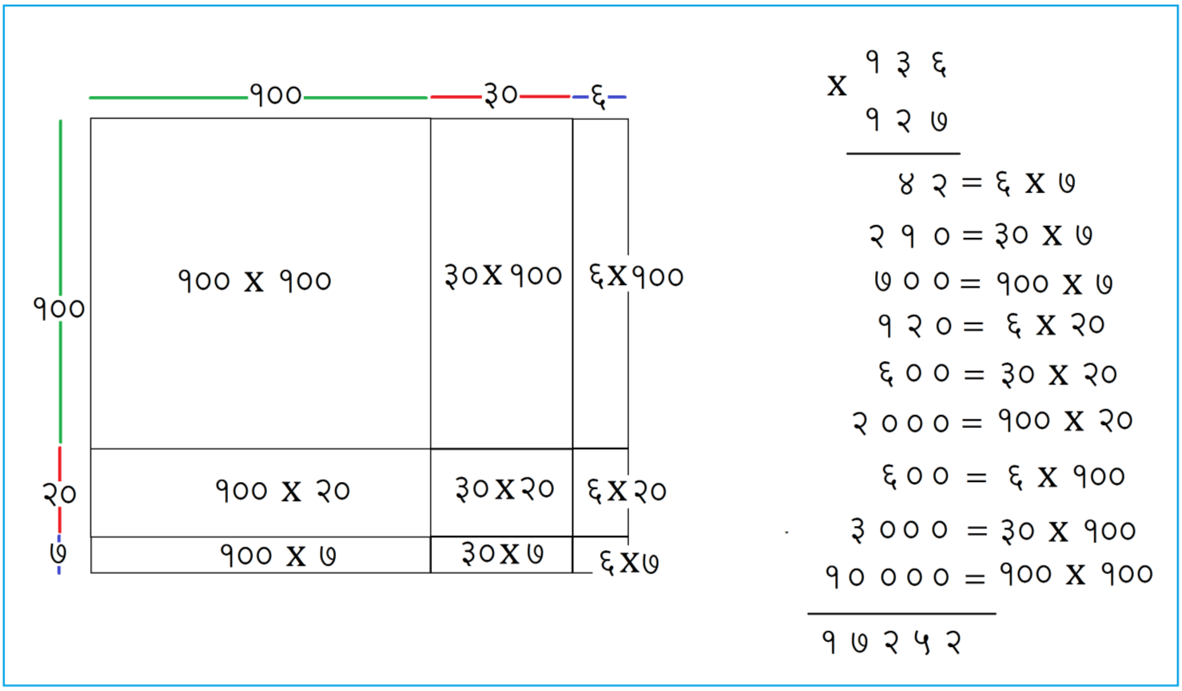


- आयत पध्दतीमधून शोधलेल्या उत्तराची सोप्या पध्दतीत मांडणी करणे.

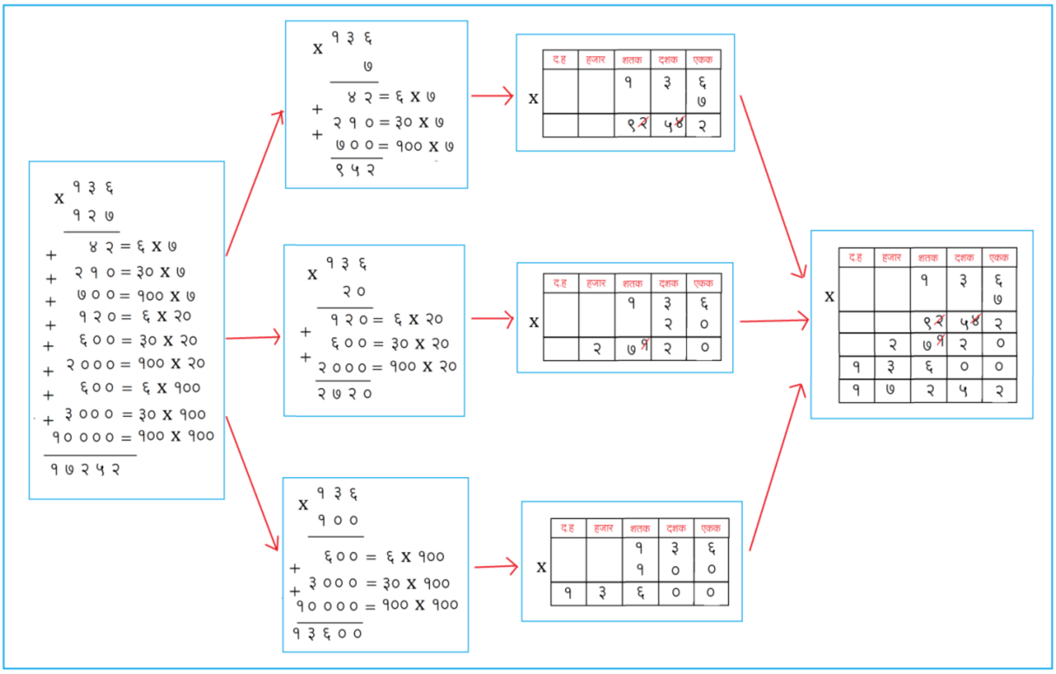


६. तीन अंकी संख्येला तीन अंकी संख्येने गुणणे-

- तीन अंकी संख्येच्या गुणाकाराचे उत्तर आयताचे क्षेत्रफळ या पध्दतीतून शोधणे.

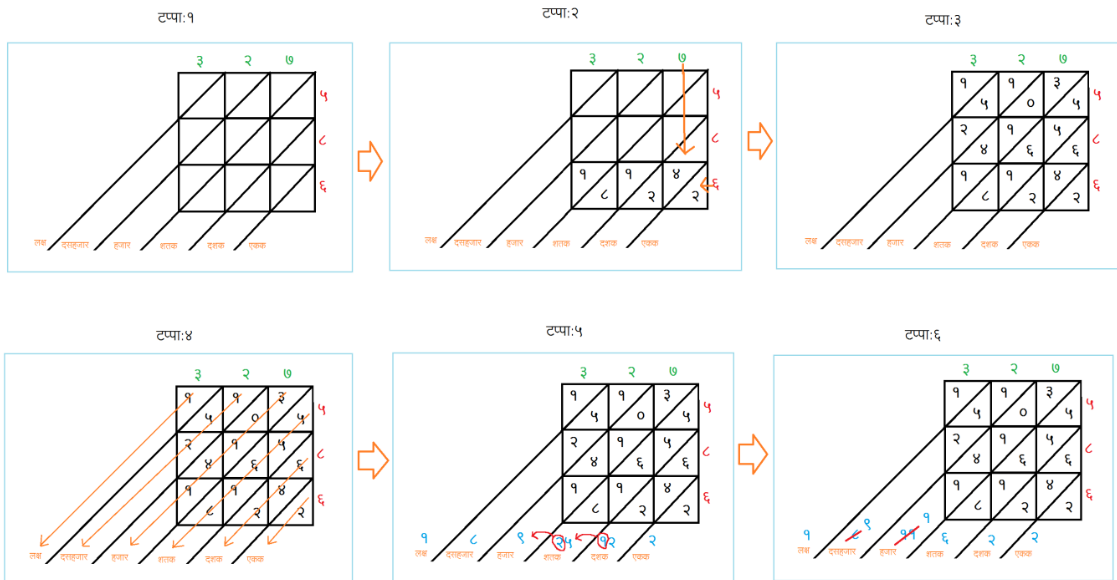


- आयत पध्दतीतून शोधलेल्या उत्तराची सोप्या पध्दतीत मांडणी करणे-



७. मोठ्या संख्यांचा गुणाकार करण्याची सोपी पध्दती -

खालील चित्रात दाखविलेल्या पध्दतीनुसार कितीही मोठ्या संख्यांचा गुणाकार सहज व सोप्या पध्दतीने करता येतो.



३२७ X ५८६ = १९१६२२

८. गुणाकाराचा तोंडी सराव घेण्यासाठी डॉमिनोजचा खेळ -

टप्पा : १

सुरूवात	१० X २	२०	२० X २	४०	५० X २	१००	५० X ४	२००	७० X २	१४०	६० X ३
१८०	८० X ३	२४०	८० X ६	४८०	१०० X ३	३००	३०० X ३	९००	५०० X ५	२५००	छान ....

टप्पा : २

सुरूवात	५ X २	१०	१५ X २	३०	२५ X २	५०	२५ X ४	१००	३५ X २	७०	३५ X ३
१०५	१५ X ५	७५	५५ X २	११०	१०५ X ३	३१५	१२५ X ४	५००	५२५ X ४	२१००	छान ....

टप्पा : ३

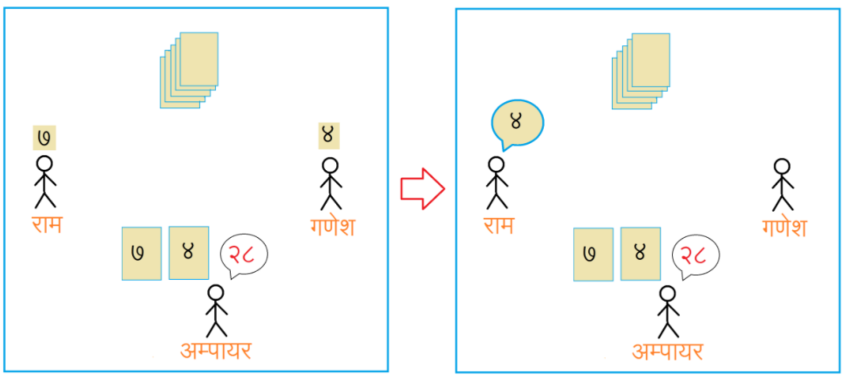
सुरूवात	११ X २	२२	१२ X २	२४	३२ X २	६४	५२ X २	१०४	१९ X २	३८	२४ X ३
७२	६३ X ३	१८९	९२ X ४	३६८	११३ X ३	३३९	३२१ X ४	१२८४	५१८ X ५	२५९०	छान ....

भागाकार-

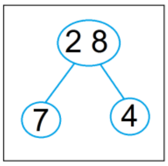
खालील खेल घेऊन भागाकार व गुणाकाराचा सहसंबंध स्पष्ट करुया.

गुणाकाराच्या खेळाप्रमाणेच या खेळात देखील 1 ते 9 व 0 हे कार्ड वापरून खेळायचा आहे. या खेळामध्ये,

- खेळाडू आपल्याकडील कार्ड पाहून तो कार्ड अम्पायरला देतील.
- अम्पायर ते दोन्ही खेळाडूंनी दिलेल्या कार्डचा गुणाकार किती आहे ते सांगेल.
- अशा पध्दतीने अम्पायर ने सांगितलेल्या गुणाकारावरून समोरच्या खेळाडूचा कार्ड खेळाडूंना ओळखायचा आहे.
- जो खेळाडू लवकर समोरच्या खेळाडूचा कार्ड ओळखणार त्या खेळाडूला दोन्ही कार्ड मिळतील. अशा पध्दतीने खेळ चालेल.



वरील खेळात राम ला माहीत आहे की, आपल्याकडे 7 हा कार्ड होता. आता अम्पायर ने 28 ही संख्या सांगितल्यानंतर राम 7 चा पाढा 28 पर्यंत बोलत जाईल. त्यानुसार राम शोधून काढेल की, गणेशकडे 4 या संख्येचा कार्ड आहे. अशा पध्दतीने या खेळातून खालील पध्दतीने गुणाकार व भागाकाराच्या सहसंबंधावर चर्चा करु.



$7 \times 4 = 28$

$4 \times 7 = 28$

$28 \div 4 = 7$

$28 \div 7 = 4$

९. टेबलवर चार ग्लास/ पाट्या ठेवणे. आता विद्यार्थ्यांना एका हातामध्ये मावतील इतके एकक ठोकळे घेण्यास सांगणे. त्या विद्यार्थ्याला समोर बोलवून ते एकक ठोकळे किती आहेत ते मोजण्यास सांगणे व ग्लासमध्ये समान वाटण्यास सांगणे.

समजा 27 एकक ठोकळे असतील तर विद्यार्थी ग्लासमध्ये सुरुवातीला एका ग्लास मध्ये 1 ठोकळा याप्रमाणे 6ग्लासमध्ये सहा ठोकळे टाकतील. याच पध्दतीने आपल्याकडील 27 ठोकळ्यांमधून सहा-सहा ठोकळे कमी होत जातील व शिक्षक याची नोंद फलकावर खालील टप्प्यांनी करतील.

आपल्याकडे 27 ठोकळे आहेत. 6 ग्लासमध्ये समान ठोकळे ठेवल्यास
एका ग्लासमध्ये .... ठोकले होतात.

```
 27
-  6 ------1
 21
- 6  ------1
 15
-  6 ------1
  9
-  6 ------1
  3       4
```

```
 27
-12 ......2
 15
-12 ......2
  3      4
```

```
 27
-24 ..... 4
  3       4
```

अशाप्रकारे भागाकार आपल्याकडून समान गटाने वस्तू पून्हा-पून्हा वजा होतांना दिसून येतात. ही वजाबाकी आपण वरील पध्दतीने कमीत-कमी टप्प्यांनी देखील करु शकतो. पुन्हा- पुन्हा वजाबाकी केल्यानंतर एका ग्लासमध्ये चार वस्तू होतात. हे म्हणजे उत्तर होय. तर समान वाटणी करतांना 3 वस्तू शिल्लक राहील्या आहेत.

या सर्व गोष्टींची नोंद खालील पध्दतीने सोप्या रुपात करु शकतो.

```
    4
6 )27
  -24
    3
```

अशा प्रकारे वरील पध्दतीने केलेल्या मांडणीमध्ये

- 27 ही संख्या आपल्याकडे किती वस्तू आहेत हे दर्शविते.
- 6 ही संख्या आपल्याला किती व्यक्तीमध्ये दिलेल्या वस्तूंची समान वाटणी करायची आहे हे दर्शविते.
- 24 हा अंक दर्शवितो की आपल्याकडून 27 वस्तूंमधून प्रत्येकाला चार वस्तू दिल्या तर 24 वस्तू संपतात.
- 3 ही संख्या27 मधील 3 वस्तू शिल्लक राहील्या आहेत. हे दर्शविते.
- म्हणजेच 4 हे उत्तर-भागाकार आहे, तर 3 इतक्या वस्तू शिल्लक-बाकी राहतात.

अशाप्रकारे भागाकार या क्रियेची नोंद करण्याचा सराव झाल्यानंतर समान वाटणी हा अर्थ विचारात घेऊन नाणी व नोटांद्वारे खालील पध्दतींनी भागाकार स्पष्ट करुया.

अ) दिलेल्या संख्यांना एक अंकी संख्येने भागणे-

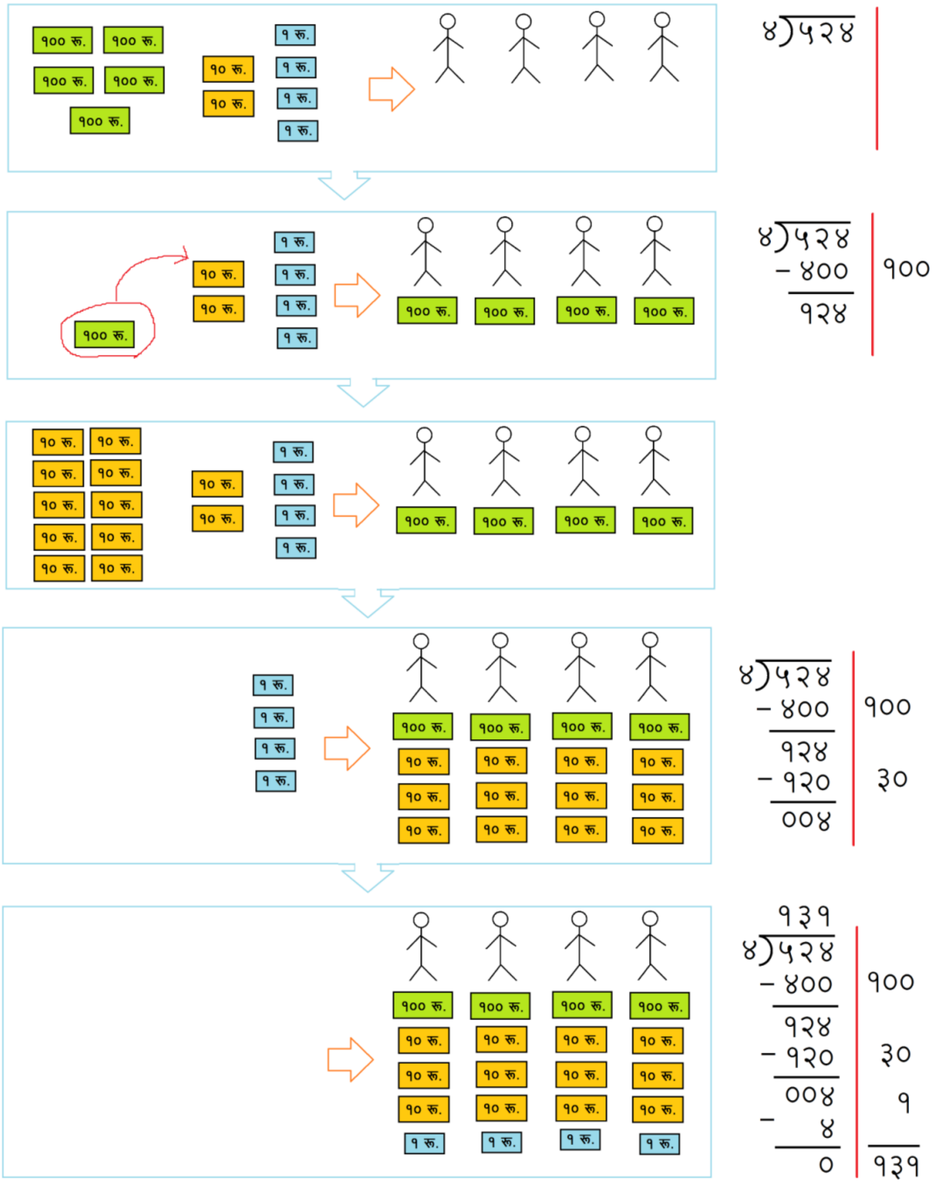
नाणी व नोटांचा वापर करून खालील टप्प्यांनी भागाकार या क्रियेचा सराव देऊ. नाणी व नोटांद्वारे सराव झाल्यानंतर खालील कृतीमध्ये दाखविल्याप्रमाणे केलेल्या कृतीची अंकरुपात भागाकाराची मांडणी करुन घेणे.

भागाकाराची मांडणी अंकरुपात कशी करायची व पुस्तकामधील सोप्या पध्दतीपर्यंत कसे पोहोचायचे याचे तीन टप्पे दिले आहेत.

त्या टप्प्यांनुसार भागाकार या क्रियेचा सराव देऊ.

भागाकार करतांना मात्र या गोष्टीकडे आपले लक्ष असणे गरजेचे आहे की, भागाकाराची नोंद करण्याचे जरी टप्पे दिले असले तरी विद्यार्थी त्यांना आवडणारी पध्दती निवडून त्यानुसार भागाकार करु शकतात. विशिष्ट पध्दती सोपी आहे. याच पध्दतीने उत्तर शोध असे विद्यार्थ्यांना सांगू नये.

नाणी व नोटा वापरून भागाकार खालील पद्धतीने करु-

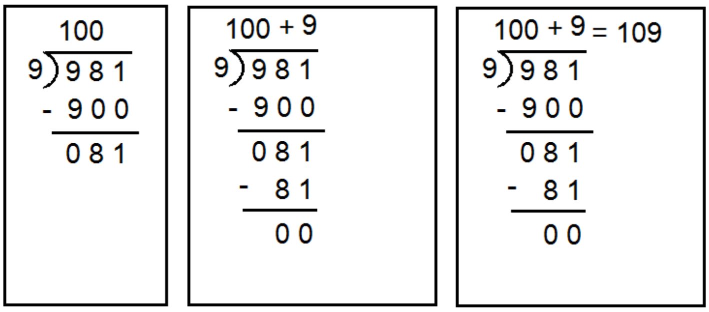


वरील पध्दतीने नाणी व नोटा वापरून भागाकाराची अंकरुपात नोंद कशी ठेवणार हे विद्यार्थ्यांना समजल्यानंतर खालील टप्प्यांनी भागाकारच्या क्रियेची नोंद करण्याचा विद्यार्थ्यांना सराव देऊ.

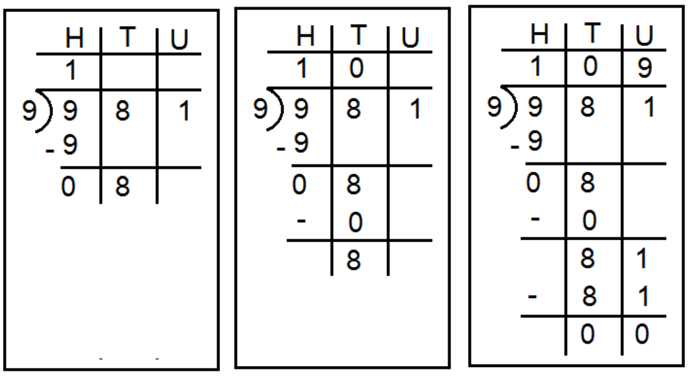
टप्पा 1 -

9)9 8 1 - 9 0 0.......100 0 8 1	9)9 8 1 - 9 0 0.......100 0 8 1 - 8 1....... 9 0 0	9)9 8 1 - 9 0 0.......100 0 8 1 - 8 1....... 9 0 0 109	109 9)9 8 1 - 9 0 0.......100 0 8 1 - 8 1....... 9 0 0 109

टप्पा २ -



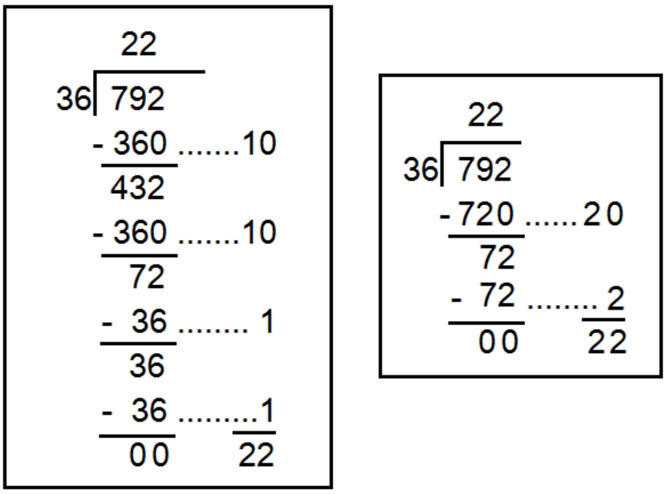
टप्पा ३ -



आ) दोन अंकी संख्येने भागणे-

दिलेल्या संख्येला एक अंकी संख्येने भागण्याची क्रियेमध्ये विद्यार्थी सक्षम आहेत असे दिसून आल्यानंतर नाणी व नोटा वापरून दिलेल्या संख्येला दोन अंकी संख्यांनी भागण्याची क्रिया घेऊ.

36 व्यक्तींमध्ये 792 रुपये समान वाट.



वरील भागाकारामध्ये दिसून येते की, 36 व्यक्तींना 10 रुपयांच्या नोटा दिल्या तर 360 रुपये संपतात. अशा पध्दतीने दोन वेळा दहाच्या नोटा वाटून 360 + 360 = 720 वजा केले आहेत. शेवची 72 रुपये शिल्लक राहील्यानंतर 36 व्यक्तींना 2 रुपये दिले तर 0 रुपये शिल्लक राहतात.

अशा पध्दतीने 20 + 2 = 22 हा उत्तर (भागाकार) मिळतो.

इ) भागाकार या क्रियेचा तोंडी सराव खालील टप्प्यांनी डॉमिनोज खेळाद्वारे घेऊ-

टप्पा : १

सुरूवात	२० ÷ २	१०	४० ÷ २	२०	१०० ÷ २	५०	२०० ÷ ५०	४	१४० ÷ ७०	२	१८० ÷ ३
६०	२४० ÷ ३	८०	४८० ÷ ८०	६	३०० ÷ १००	३	९०० ÷ ३	३००	२५०० ÷ ५	५००	छान ....

टप्पा : २

सुरूवात	१० ÷ २	५	३० ÷ २	१५	५० ÷ २	२५	१०० ÷ २५	४	७० ÷ २	३५	१०५ ÷ ३५
३	३७५ ÷ ५	७३	११० ÷ २	५५	३१५ ÷ ३	१०५	५०० ÷ ४	१२५	२१०० ÷ ४	५२५	छान ....

टप्पा : ३

सुरूवात	२२ ÷ २	११	२४ ÷ २	१२	६४ ÷ २	३२	१०४ ÷ २	५२	३८ ÷ २	१९	७२ ÷ ३
२४	१८९ ÷ ३	६३	३६८ ÷ ४	९२	३३९ ÷ ३	११३	१२८४ ÷ ४	३२१	२५९० ÷ ५	५१८	छान ....

ई) भागाकाराचा अधिक सराव -

भागाकार करण्याची आयताच्या क्षेत्रफळावर आधारीत पध्दती -

आयताचे क्षेत्रफळ व एका बाजूची लांबी दिली असता दुसऱ्या बाजूची लांबी शोधणे. हा अर्थ विचारात घेऊन भागाकाराचा अधिक सराव घेऊ. या पध्दतीने भागाकार शिकलेला विद्यार्थी हा बीजगणिमधील नित्य समानता, बैजिक राशी, बैजिक राशींचा गुणाकार, भागाकार, बैजिक राशींचे अवयव शोधणे, पायथागोरस सिध्दांत हा भाग सहज समजू शकतो.

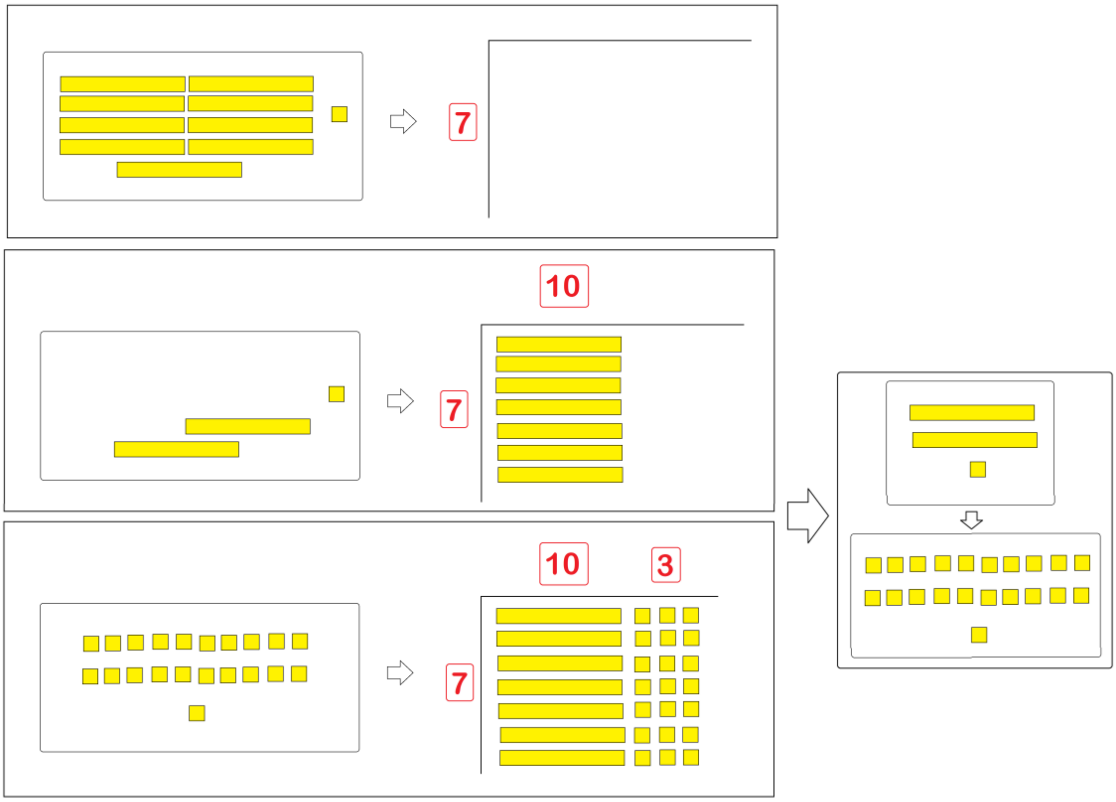
१. दिलेल्या दोन अंकी संख्येपासून दशक दांडी व एकक ठोकळे यांचा वापर करुन आयत तयार करणे. तयार केलेल्या आयतांची चौकटी वहीत नोंद करणे.

अ) वस्तूरुपात भागाकार करण्याचा सराव-

खालील चित्रावरुन दिसून येते की आपल्याकडे 9 दशक व 1 एकक अशा स्वरुपात 91 ठोकळे आहेत. हे ठोकळे वापरून आपणास 7 इतकी रुंदी असणारा आयत तयार करायचा आहे. तर त्या आयताची लांबी किती होईल.

- 7 X 10 = 70 होतात. म्हणून आपण आयताची लांबी 10 इतकी वाढविली.
- 91 मधील 70 ठोकळे संपले व आतापर्यंत आयताची लांबी 10 इतकी आहे.

- आता आपल्याकडे 21 ठोकळे हे 2 दशक 1 एकक या बंद रुपात आहेत. म्हणून आपण 2 दशक सुट्टे करुन 20 एकक ठोकळे घेऊ.
- अशा पध्दतीने 21 एकक ठोकळे आता 7 - 7 प्रमाणे मांडत आयत वाढवित जाऊ.
- शेवटी असे दिसून येते की, 7 ठोकळ्यांच्या 3 रांगा मांडून आपल्याकडील 21 ठोकळे संपतात.
- अशा पध्दतीने आधी आयताची लांबी 10 होती ती आता 10 + 3 = 13 इतकी झाली आहे.
- म्हणजेच, 91 भागीले 7 = 13 हे उत्तर मिळते.



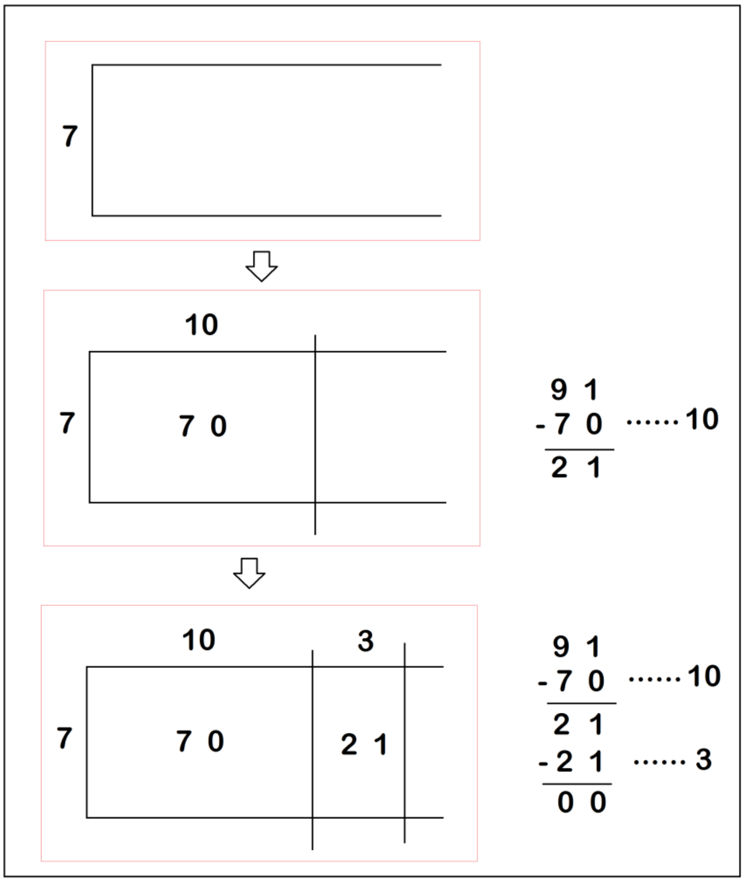
आ) चित्ररुपात व अंकरुपात भागाकार करण्याचा सराव-

वरील पध्दतीने वस्तूरुपात केलेली कृती ही आयताच्या रुपात खालील पध्दतीने चित्र काढून दर्शवू शकतो.

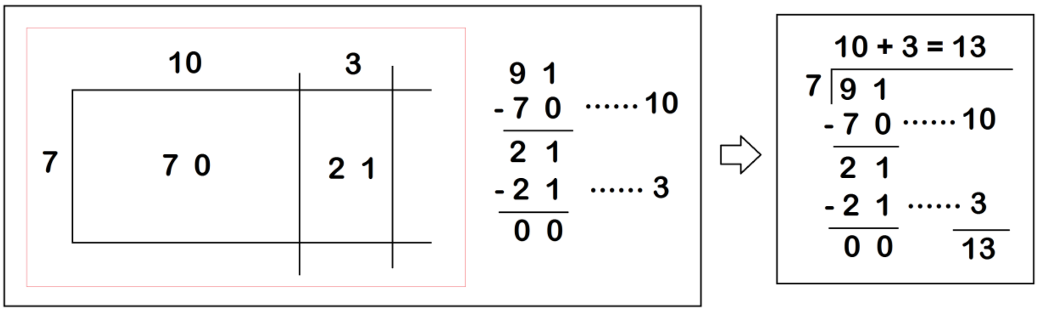
चित्ररुपात केलेली कृती ही अंकरुपात भागाकार पध्दतीने देखील नोंद केल्याचे दिसून येते. अशा पद्धतीने भागाकार ही गुणाकाराची विरुध्द क्रिया आहे हे आयत रुपावरू दिसून येईल.

- गुणाकार - आयतांच्या बाजूंवरु आयताचे क्षेत्रफळ शोधणे.
- भागाकार - आयताचे क्षेत्रफळ व एका बाजूची लांबी दिली असता, दुसऱ्या बाजूची लांबी शोधणे

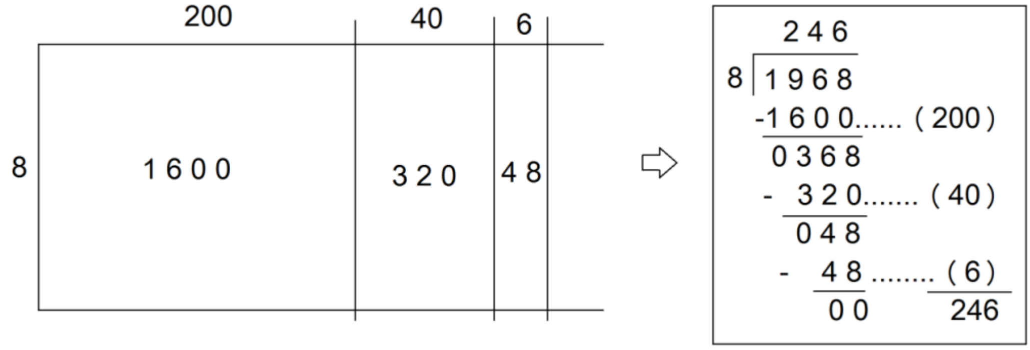
91÷ 7 = ?



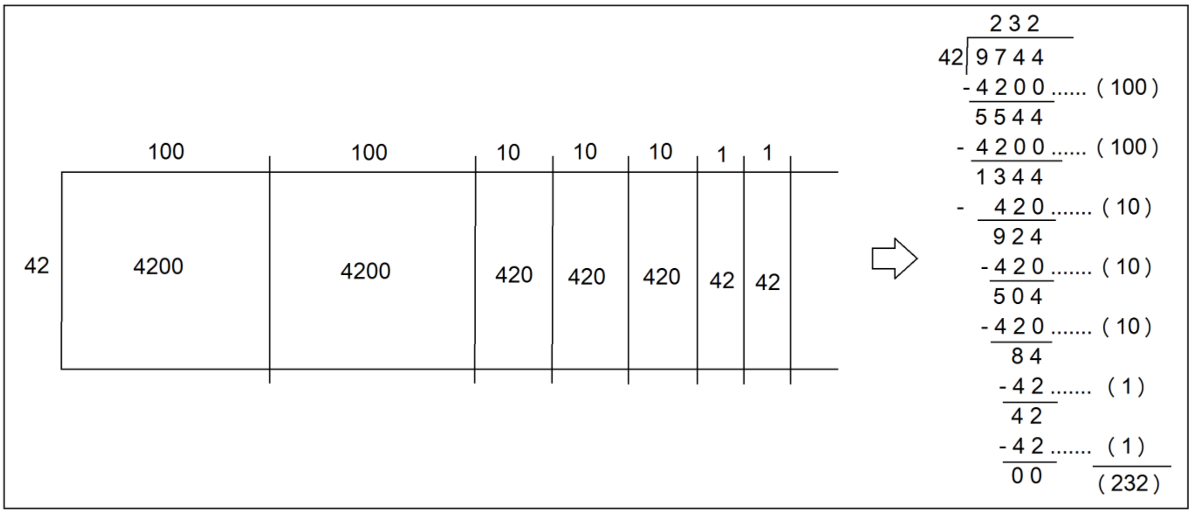
इ) अंकरुपातून भागाकार लेखन पध्दतीकडे-



२. तीन व चार अंकी संख्येला एक अंकी संख्येने भागणे-



३. दिलेल्या संख्येला दोन अंकी संख्येने भागणे-

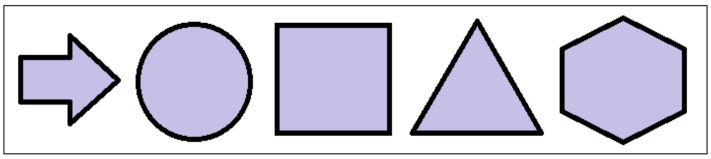


अपूर्णांक

१. अर्थ -समान वाटणी

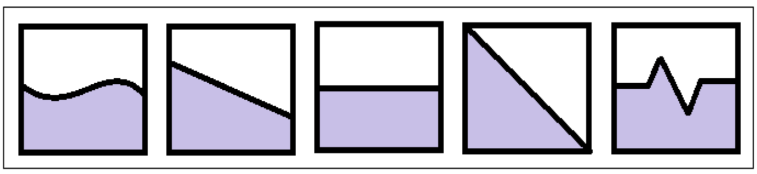
"एका पूर्ण वस्तूची समान वाटणी करणे" या अर्थानुसार अपूर्णांकाची सुरुवात करु. खालील दिलेले आकार विद्यार्थ्यांना क्रमाने देऊन त्या आकारांचे समान दोन भाग करण्यास सांगणे.

दोन मुलांना या आकाराचे चॉकलेट वाटायचे आहेत या पध्दतीने विद्यार्थ्यांसोबत ही कृती घेऊ.



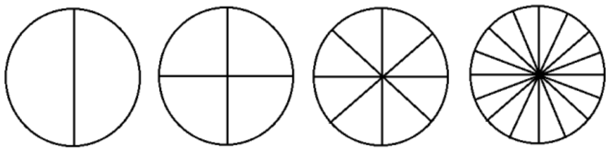
वरील आकारांचे समान भाग करतांना, एकाच पध्दतीने समान भाग न करता विविध पध्दतींनी समान भाग करण्यास सांगू.

खाली चित्रात चौरसाचे विविध पध्दतीने समान भाग केले आहेत. असेच इतर आकारांच्या बाबतीस समान भाग करण्यास विद्यार्थ्यांना प्रोत्साहीत करु.



२. **एकक अपूर्णांकांची ओळख -**

एका गटामध्ये पाच वर्तुळं देऊन प्रत्येकी ½, ¼, 1/8, 1/16 या आकारांचे तुकडे तयार करण्यास सांगणे. खालीलप्रमाणे तुकडे तयार करुन घेणे. शक्यतो जाड कार्डपेपरचा वापर करुन हे तुकडे तयार करुन घेणे.



तयार केलेल्या तुकड्यांमधील एका तुकड्याचा अपूर्णांकात नाव-

एका वस्तू समान दोन तुकडे केल्यानंतर मिळणाऱ्या आकाराचा एका तुकड्याचे नाव ½ असे देणे.

½ या अपूर्णांकाचा अर्थ एका वस्तूचे दोन समान भाग केलेला आकाराचा तुकडा होय. त्यालाच आपण "एक छेद दोन" असे वाचतो.

अशा पध्दतीने अपूर्णांकांचे नाव स्पष्ट करणे.

¼ चा अर्थ एका वस्तूचे चार समान भाग केल्यानंतर मिळणाऱ्या आकाराचा तुकडा.

- वरील प्रमाणेच 1/8, 1/16, 1/5, 1/20, 1/100, 1/500, 1/1000 या पध्दतीने लिहीलेल्या संख्येचा अर्थ काय असेल ते विद्यार्थ्यांना विचारणे.
- ही संख्या दाखविणारे आकार वर्तुळापासून (चपाती, केक, सफरचंद यांचा संदर्भ घेऊन) तयार केले तर ते किती मोठे दिसतील ?
- ½ या आकाराची वस्तू मोठी असेल की, 1/16 या आकाराची वस्तू मोठी असेल? असे प्रश्न विचारत विद्यार्थ्यांशी चर्चा करणे.

वरील तुकड्यांवर आधारीत खेळ-

टप्पा -1

साहीत्य - वर्तुळाचे वरील कृतीमध्ये तयार केलेले तुकडे, एक डाईस (डाईसवर ½ व ¼ हे अपूर्णांक एक वेळा लिहीणे तर 1/8, 1/16 हे अपूर्णांक दोन वेळा लिहीणे, ½, ¼, 1/8, 1/16 हे अपूर्णांक लिहीलेले कार्ड.

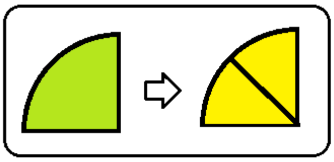
कसे खेळणार-

हा खेळ चार खेळाडू मिळून खेळतील. खेळाडू अपूर्णांक लिहीलेले कार्ड वाटून घेतील. आता खेळाडू क्रमाणे डाईस फेकणार व आपल्याकडे जो अपूर्णांक आहे तो अपूर्णांक डाईसवर

आला तरच खेळाडू तितक्या आकाराचा वर्तुळाकार तुकडा घेणार. अशा पध्दतीने ज्या खेळाडूचा पूर्ण वर्तुळ तयार होणार तो खेळाडू जिंकेल.

टप्पा - 2

हाच खेळ थोडा वेगळ्या पध्दतीने खेळणार. म्हणजेच खेळाडूकडे 1/8 चा कार्ड असेल व खेळाडूला डाईसवर ¼ ही संख्या आली तर खेळाडू ¼ हा आकार 1/8 या आकाराचे तुकडे वापरून तयार करुन पाहणार व जितके तुकडे वापरून ¼ हा आकार तयार होईल तितके 1/8 चे तुकडे घेणार. अशा पध्दतीने खेळाडूला पूर्ण वर्तुळ तयार करायचे आहे.



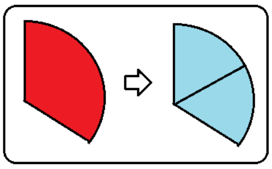
टप्पा - 3

विद्यार्थ्यांना 1/3, 1/6, 1/9, 1/12 हे तुकडे वर्तुळापासून तयार करण्यास सांगणे. आता टप्पा-2 प्रमाणेच हे तुकडे वापरून खेळ खेळण्याचा सराव घेणे.

टप्पा - 4

साहीत्य - डाईसवर ½, 1/3, 1/4, 1/6, 1/8 1/12, अपूर्णांक लिहीणे. हेच अपूर्णांक लिहीलेले कार्ड विद्यार्थांना देणे.

कसे खेळणार- आता या खेळामध्ये चार ते सहा पर्यंत खेळाडू एकत्रित खेळू शकतात. हा खेळ खेळतांना देखील जर खेळाडूकडे 1/6 चा कार्ड असेल व डाईसवर 1/3 हा आकार आला तर तो 1/3 मध्ये 1/6 या आकाराचे किती तुकडे बसतील ते शोधतील. व तितके 1/6 चे तुकडे घेतील.

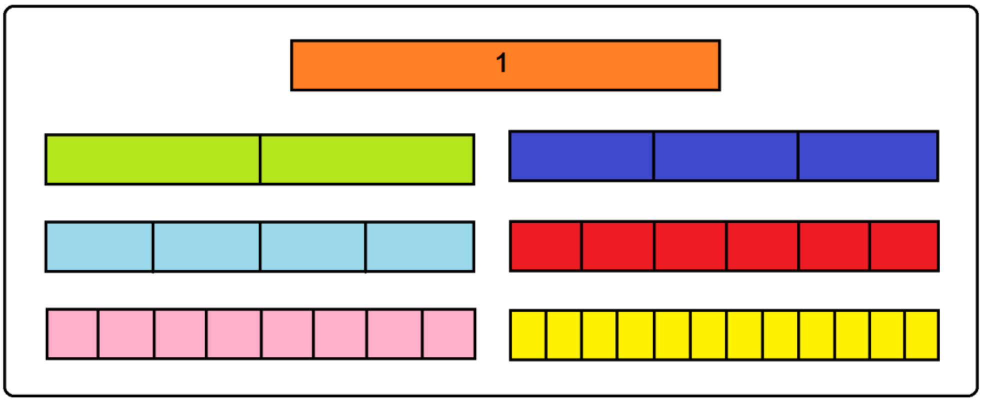


- या खेळात विद्यार्थ्यांना दिसून येईल की, 1/8 हा कार्ड असणाऱ्या खेळाडूला डाईसवर 1/3 हा अपूर्णांक आला तर 1/8 हे तुकडे वापरून 1/3 हा आकार तयार होत नाही. म्हणून अशा वेळी विद्यार्थ्यांना हे तुकडे मिळणार नाही.
- 1/12 हा अपूर्णांक असणाऱ्या खेळाडूच्या डाईसवर ½, 1/3, ¼, 1/6 यांपैकी कोणतीही संख्या आली तरी त्या खेळाडूला 1/12 या आकाराचे तुकडे मिळतील. कारण हे सर्व अपूर्णांक 1/12 या आकाराचे तुकडे वापरून तयार करता येतात.

अशापध्दतीने वर्तुळाकार अपूर्णांक तुकडे वापरून एकक अपूर्णांकांची ओळख, अपूर्णांकांचा परस्पर सहसंबंध यांवर आधारीत सराव वरील खेळांमधून मिळेल. वरील कृती झाल्यानंतर संकल्पना दृढीकरणासाठी अपूर्णांकांची पट्टी (अपूर्णांक भींत) वापरून वरील प्रमाणेच कृती घेऊ.

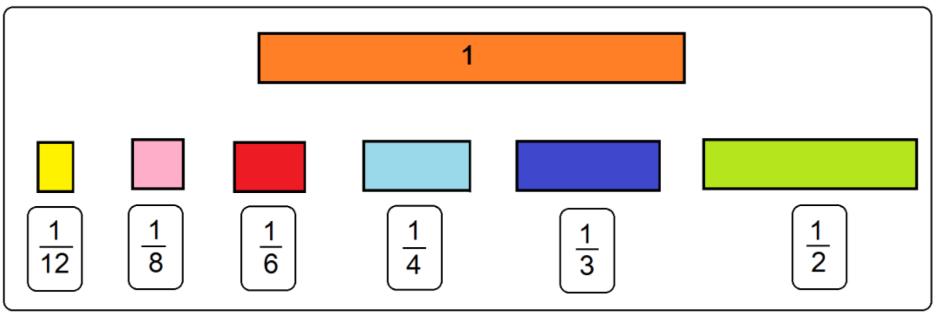
अपूर्णांक पट्टी - भिंत तयार करण्याची कृती -

अपूर्णांक पट्ट्या



वरील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे अपूर्णांकांच्या पट्टया विद्यार्थ्यांकडून गटामध्ये तयार करुन घेणे. अशापध्दतीने अपूर्णांकांच्या पट्टया तयार केल्यानंतर विद्यार्थ्यांना खालील प्रमाणे अपूर्णांकांवर आधारीत सराव देऊ.

अ) एकक अपूर्णांकांची तुलना-



- अपूर्णांकांच्या पट्ट्यामधील एक- एक तुकडी घेणे.
- अपूर्णांक पट्टीच्या तुकड्यांचे अपूर्णांकामध्ये नाव असलेले कार्ड तयार करणे.
- तुकड्यांची लहान तुकड्यापासून मोठा तुकड्यापर्यंत (चढत्या क्रमाणे) मांडणी करणे. त्या तुकड्यांच्या खाली त्यांच्या नावांचे कार्ड ठेवणे.
- खालील प्रश्न विचारून कोणता अपूर्णांक मोठा आहे ? हे ओळखण्यावर आधारीत चर्चा करणे.
    - ➢ ½ व 1/3
    - ➢ 1/6 व 1/8
    - ➢ 1/12 व ¼
    - ➢ ¼ व 1/3

वरील चर्चेतून दिसून येईल की, ½ हा अपूर्णांक 1/12 या अपूर्णांकापेक्षा मोठा आहे. कारण 1/12 मधील 12 हा अंक एका पट्टीचे बारा समान तुकडे करुन तयार झालेला आकार दर्शवितो. तर ½ मधील 2 हा अंक एका पट्टी दोन समान तुकडे झाल्याचे दर्शवितो. यावरून दिसून येते की, 1/12 म्हणजेच एका पट्टीचे 2 पेक्षा जास्त तुकडे झाले आहेत. म्हणजे त्या वस्तूचा मिळणारा तुकडा हा लहान आकाराचाच असणार.

अशा पध्दतीने चर्चा झाल्यानंतर

- 1/5 व 1/125
- 1/20 व 1/1000

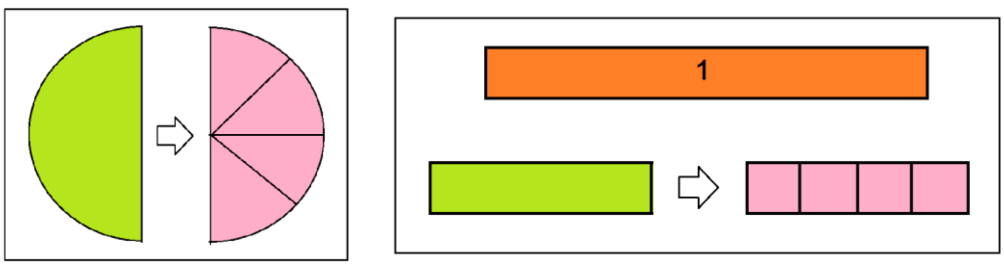
यांसारखे प्रश्न देऊन मोठा अपूर्णांक ओळखण्या सांगू. यांसारख्या प्रश्नांचे उत्तर विद्यार्थ्यांकडून बरोबर येत आहेत असे दिसून आल्यानंतर पुढील टप्प्याकडे जाऊ.

आ) दिलेला अपूर्णांक किती मोठा आहे ते ओळखणे-

½ व 1/8 यांमध्ये कोणता अपूर्णांक मोठा आहे. या प्रश्नाचे उत्तर विद्यार्थ्यांकडून अपेक्षितच आहे की, ½ हा 1/8 पेक्षा मोठा आहे. पण आता विद्यार्थ्यांना हे ओळखायचे आहे की,

- ½ हा अपूर्णांक 1/8 पेक्षा किती मोठा आहे ?

विद्यार्थ्यांना वरील प्रश्न विचारून अपूर्णांक पट्टी किंवा वर्तुळाचे अपूर्णांक तुकडे वापरून उत्तर शोधण्यास सांगणे.



1/2 मध्ये 1/8 इतक्या आकाराचे तीन तुकडे जास्त आहेत.
कारण 1/2 इतका आकार तयार करण्यासाठी 1/8 या आकाराचे 4 तुकडे लागतात.

अशाप्रकारे विद्यार्थ्यांकडून तुलनात्मक कृती व कृतीवर आधारीत अपेक्षित उत्तर आल्यानंतर, खालील क्रमाणे प्रश्न विचारून उत्तर शोधण्यास प्रोत्साहीत करु.

- ¼ व 1/12

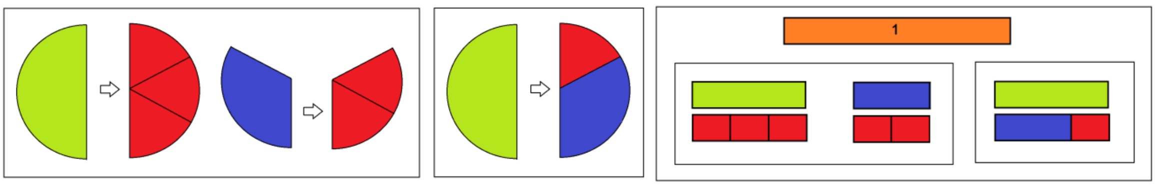
- ¼ व 1/8
- ½ व 1/12
- 1/3 व 1/6
- 1/3 व 1/12
- ½ व 1/6
- ½ व 1/3
- 1/3 व ¼
- ¼ व 1/6

वरील प्रश्नांचे उत्तर विद्यार्थ्यांकडून वर्तुळाकार अपूर्णांकाचे तुकडे आणि अपूर्णांक पट्टी यांसारख्या साहीत्याचा वापर करुन, प्रत्यक्ष कृतीतून येणे अपेक्षित आहे. याठिकाणी शिक्षकांनी सुचक प्रश्न विचारू नये. विद्यार्थ्यांना जास्तीत जास्त वेळ देऊन, कृतीतून अनुभव घेण्यास वाव द्यावा. या प्रश्नांचे उत्तर विद्यार्थ्यांनी स्वत:च शोधून काढले तर अपूर्णांकांवर आधारीत सममूल्य अपूर्णांक, अपूर्णांकांवरील बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार व भागाकार यांसारख्या क्रियांचा भक्कम पाया या कृतीतून रचला जाणार आहे.

½ व 1/3 यांमध्ये कोणता ½ ही अपूर्णांक 1/3 पेक्षा किती मोठा आहे हे कसे शोधले यावर विद्यार्थ्यांशी चर्चा करणे. त्यांनी शोधलेलेले उत्तर हे बरोबर का आहे हे विद्यार्थ्यांना वर्तुळाकार अपूरणांकांचे तुकडे आणि अपूर्णांकांची पट्टी वापरून प्रत्यक्ष सिद्ध करुन दाखविण्यास सांगणे.

सूचना - वरील प्रश्नांचे उत्तर शोधण्यास विद्यार्थ्यांना अवघड जात असेल तर त्यांना इतकेच सांगणे की, इतर आकाराचे तुकडे वापरून उत्तर शोधा येईल की ?

खालीलप्रमाणे विद्यार्थ्यांकडून उत्तर येतील.



वरील उत्तरामध्ये विद्यार्थ्यांनी ½ व 1/3 या अपूर्णांकांची तुलना 1/6 हा अपूर्णांक विचारात घेऊन केली आहे. याच पध्दतीची उत्तरे 1/12 हा अपूर्णांक विचारात घेऊन देखील शोधता येतात. मात्र विद्यार्थ्यांनीच हे शोधणे अपेक्षित आहे. आपण केवळ कृतीचे निरीक्षण करणे व केलेल्या कृतीमधून उत्तर कसे शोधता येईल इतकेच विचारणे.

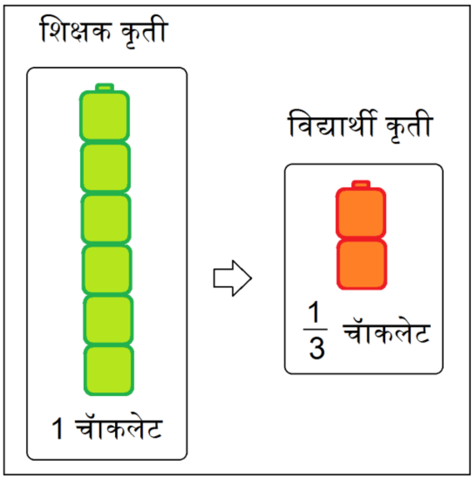
एकक अपूर्णांकांच्या सरावावर आधारीत कृती-

अ) **नवनिर्मिती अपूर्णांक किट मधील प्रत्येक तुकड्याचे अपूर्णांकामध्ये नाव ओळखण्याचा खेळ-** विद्यार्थ्यांना गटामध्ये अपूर्णांकाच्या दोन दोन शिट देणे. आता फलकावर किट मधील सर्वात मोठा चौरस पाण्याने चिकटविणे.

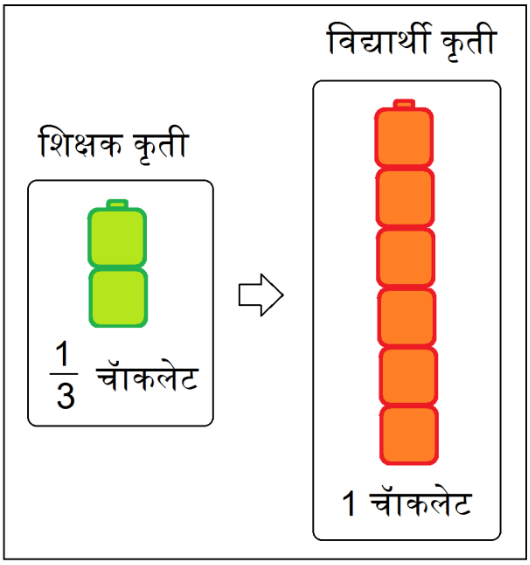
कसे खेळणार- विद्यार्थ्यांना आपल्या शिटमधील प्रत्येक तुकड्याचे अपूर्णांकामध्ये नाव काय आहे ते फलकावरील एका पूर्ण चौरसाशी तुलना करुन शोधायचे आहे.

सुचना - कृतीचे चित्र जोडणे.

आ) जोडो ठोकळे वापरून शिक्षक एक पूर्ण चॉकलेट किती मोठा आहे ते दाखवितील. आता विद्यार्थ्यांना कोणताही एकक अपूर्णांक सांगणे. विद्यार्थी तितक्या अपूर्णांकाचा चॉकलेट आपल्याकडील जोडो ठोकळे वापरुन तयार करुन दाखवितील.



वरील कृतीनंतर पुढचा टप्पा म्हणजे शिक्षकांनी कोणताही एक एकक अपूर्णांक जोडो ने तयार करुन दाखविणे व विद्यार्थ्यांना एक पूर्ण चॉकलेट किती मोठा असेल ते ओळखण्यास सांगणे.



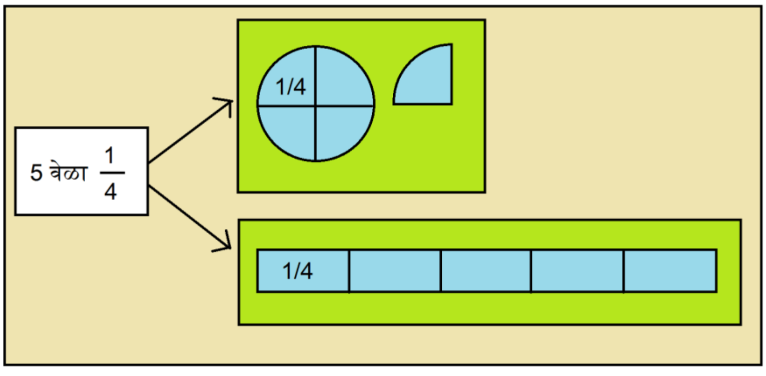
३. एकक अपूर्णांकांची पूनरावृत्ती -

विद्‌यार्थ्यांना वर्तुळाकार अपूर्णांकांचे तुकडे व अपूर्णांकांची पट्‌टी हे साहीत्य देणे. आता खालील प्रश्न विचारून तितक्या आकाराचा अपूर्णांक तुकडे देण्यास सांगणे.

अ) विचारलेल्या आकाराइतका तुकडा गटामधून देणे.

- ¼ आकाराचे तीन तुकडे दे.
- 1/8 आकाराचे पाच तुकडे दे.
- 1/12 आकाराचे सात तुकडे दे.
- 1/6 आकार तीन वेळा घे.
- 1/3 आकार दोन वेळा घे.
- तीन वेळा 1/6
- दोन वेळा ¼
- पाच वेळा 1/12
- 11 वेळा 1/12
- 5 वेळा 1/6
- 7 वेळा 1/6
- 7 वेळा ¼
- 9 वेळा 1/8
- 11 वेळा 1/8
- 5 वेळा ½

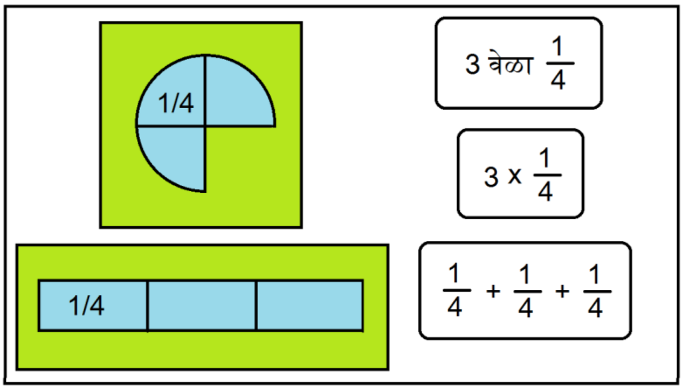
अशा क्रमाणे प्रश्न विचारून विद्‌यार्थ्यांना अपूर्णांक साहीत्याद्‌वारे तयार करून दाखविण्यास सांगणे. अशा पध्दतीने अपूर्णांक तयार करून दाखवितांना विद्‌यार्थ्यांना खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे दिसून येईल की, काही अपूर्णांक हे 1 पेक्षा मोठे आहेत. ते तयार करण्यासाठी आपल्या गटामध्ये पूरेसे साहीत्य नाही म्हणून अशा वेळी आपल्याला शेजारच्या गटामधून काही तुकडे घेऊन तो अपूर्णांक तयार करावा लागेल.



अशा पध्दतीने अपूर्णांक तयार करण्याचा सराव झाल्यानंतर शिक्षक खालील पद्धतींनी अपूर्णांक फलकावर लिहीतील व विद्यार्थ्यांना तो अपूर्णांक तयार करण्यास सांगतील.

- 4 वेळा 1/6
- 3 वेळा ¼
- 3 वेळा ½
- 3X¼
- 5X1/6
- 9X1/8
- 1/3 + 1/3
- 1/12 + 1/12 + 1/12 + 1/12 + 1/12

अशा विविध पध्दतींनी लिहीलेला अपूर्णांक विद्यार्थ्यांना साहीत्याचा वापर करुन दाखविण्यास सांगणे. दिलेला अपूर्णांकाचे तुकडे किती वेळा घेतले आहेत हे आता पर्यंत विद्यार्थी तीन पध्दतींने लिहीण्यास शिकले आहेत.



3X¼ हे ¼ + ¼ + ¼ या स्वरूपात लिहीण्याचे कारण म्हणजे,

3 X 5 हे आपण 5 + 5 + 5 या स्वरूपात लिहीतच होतो. त्या पध्दतीचा वापर करुन अपूर्णांकांचे तुकडे एकत्र करत गेलो म्हणजेच मिळवितांना बेरीज हे चिन्ह वापरले.

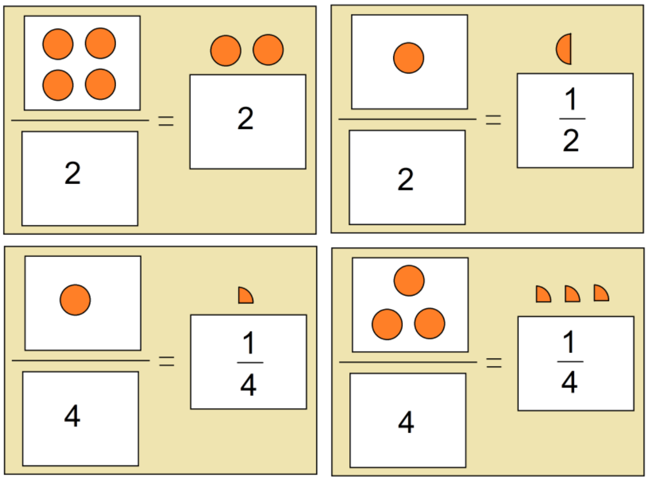
भागाकार हा अर्थ विचारात घेऊन अपूर्णांकांची ओळख -

खालील प्रश्न विचारून विद्यार्थ्यांना वर्तुळाकार कागद व तितक्या व्यक्ती विचारीत घेऊन प्रत्यक्ष कृती करुन उत्तर शोधण्यास सांगणे.

- चार चपात्या दोन व्यक्तींमध्ये समान वाट -
- दोन चपात्या दोन व्यक्तींमध्ये समान वाट -
- एक चपाती दोन व्यक्तींमध्ये समान वाट -

- एक चपाती चार व्यक्तींमध्ये समान वाट-
- तीन चपात्या चार व्यक्तींमध्ये समान वाट -
- पाच चपात्या चार व्यक्तींमध्ये समान वाट -

वरील क्रमाणे कृती करुन झाल्यानंतर खालील पध्दतीने भागाकाराची मांडणी करुन कृतीची अंकरुपात नोंद करु.



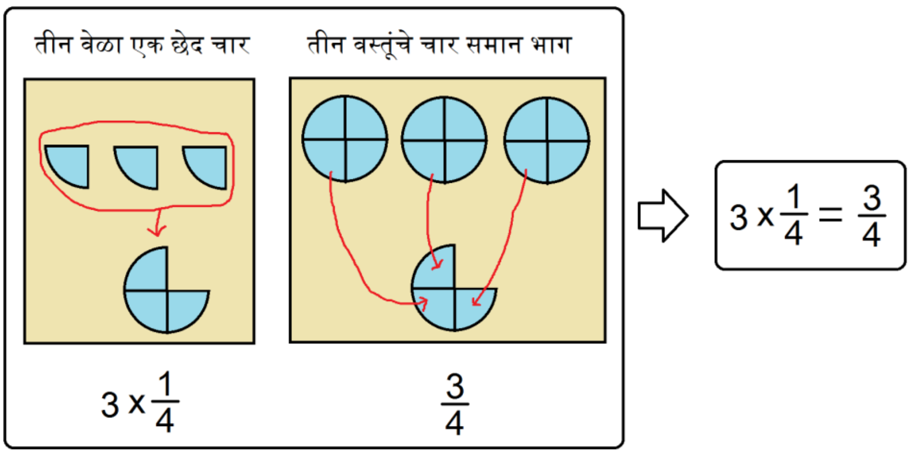
वर्तुळ व पाटी वापरून वरील पध्दतीने कृती केल्यानंतर या कृतीवर आधारीत खालील पध्दतीने चर्चा करु.

एकक अपूर्णांकांच्या पूनरावृत्तीचे लेखन-

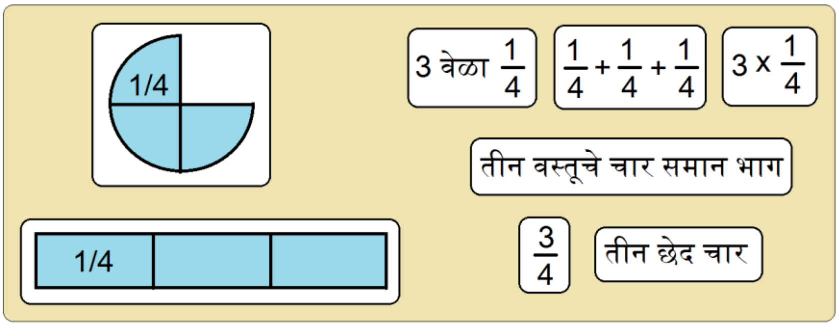
3 वेळा ¼ हा अपूर्णांक वर्तुळाचे तुकडे किंवा अपूर्णांक पट्टीचा वापर करुन दाखविण्यास सांगणे.

आता आपण अपूर्णांकाचा भागाकार हा अर्थ पाहीला. त्यानुसार 3 वस्तू 4 व्यक्तींमध्ये समान वाटल्या हे आपण अपूर्णांकात ¾ असे लिहीत होतो.

खालील चित्रात हे अधिक स्पष्ट होतांना दिलेल.



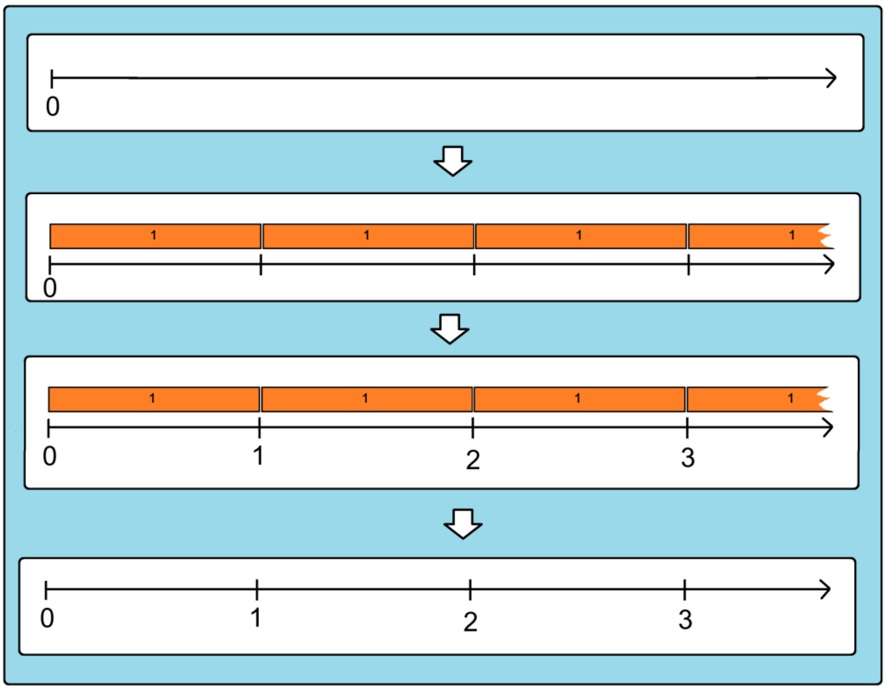
अशा पध्दतीन आपण एकक अपूर्णांकांचे एक पेक्षा जास्त तुकडे असले तर त्यांचे वाचन आपण खालील पध्दतीने करु शकतो.



"तीन छेद चार" म्हणजेच "तीन वेळा एक छेद चार" हे विद्यार्थ्यांना स्पष्ट झाल्यानंतर अपूर्णांक पट्टीच्या मदतीने विद्यार्थ्यांना संख्येरेषेवर अपूर्णांक दाखविण्याची कृती घेऊ.

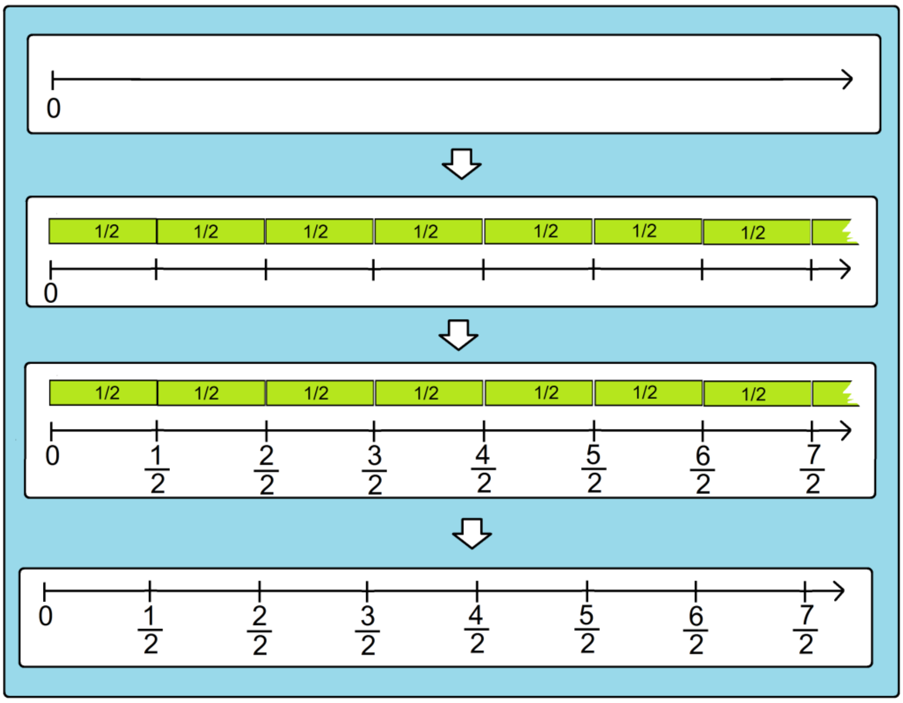
अपूर्णांक संख्यारेषा -

विद्यार्थ्यांना जमिनीवर किंवा फलकावर एक संख्येरेषा काढून देणे. आता 1 इतक्या लांबीच्या पट्टीने संख्यारेषा तयार करण्यास सांगणे. खालील टप्प्यांनी संख्यारेषा तयार करुन घेऊ शकतो.



वरील पध्दतीने विद्यार्थ्यांनी संख्येरेषा तयार केल्यानंतर विद्यार्थ्यांना ½ ही अपूर्णांक पट्टी घेण्यास सांगणे व हा अपूर्णांक विचारात घेऊन संख्यारेषा तयार करण्यास सांगणे.

विद्यार्थ्यांनी खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे उत्तर शोधणे अपेक्षित आहे. ही संख्यारेषा विद्यार्थ्यांनी त्याच्या वरील पूर्वज्ञानावरुन स्वत: च काढणे अपेक्षित आहे. विद्यार्थ्यांना कृती करण्यास पूरेसा वेळ द्यावा. विद्यार्थी चुकीची नोंद करत असतील तर, तुला असे का वाटते? ते विचारून त्याची नोंद करण्यामागची विचारसरणी समजून घ्यावी. ज्या विद्यार्थ्यांनी संख्यारेषा बरोबर काढली आहे. त्या विद्यार्थ्यासोबत अशा विद्यार्थ्यांना चर्चा करुन सोपी पध्दती निवडण्यास सांगणे.



वरील प्रमाणे गटानुसार विद्यार्थ्यांनी ½ ची संख्यारेषा काढली व त्यावर आधारीत विद्यार्थ्यांशी चर्चा केल्यानंतर खालील एकक अपूर्णांक वापरून त्या अपूर्णांकांची संख्यारेषा विद्यार्थ्यांना वहीत काढण्यास सांगणे.

1/3, ¼, 1/6, 1/8 या संख्यारेषा विद्यार्थ्यांना वहीत काढण्यास सांगणे. अशा पध्दतीने विद्यार्थ्यांचा संख्यारेषेवर अपूर्णांक काढण्याचा सराव झाल्यानंतर खालील खेळ व कृतींमधून एकक अपूर्णांकांच्या पूनरावृत्तीचा अधिक सराव देऊ.

वरील पध्दतीने एकक अपूर्णांकांच्या पुनरावृत्तींसंदर्भात सराव झाल्यानंतर खालील खेळाद्वारे या संकल्पनेचे दृढिकरण करु.

- **दिलेल्या अपूर्णांक वर्तुळाच्या तुकड्यांपासून तयार करण्याचा खेळ -**

साहीत्य - वर्तुळापासून तयार केलेले अपूर्णांक तुकडे , डाईस- (डाईसवर 1/3, ¼, 1/6, 1/8 हे अपूर्णांक लिहीणे. यामध्ये 1/6 व 1/8 हा दोन वेळा लिहीणे.) अपूर्णांक लिहीलेले कार्ड -2/3,

3/3, 4/3, ¾, 4/4, 5/4, 4/6, 5/6, 6/6, 7/6, 5/8, 7/8, 8/8, 9/8 हे अपूर्णांक लिहीलेले कार्ड तयार करणे.

कसे खेळणार -

एका वेळी चार ते पाच खेळाडू खेळतील. वरील साहीत्य यादीमध्ये दिलेले कार्ड गटामध्ये उलट दिशेने ठेवणे. आता खेळाडू त्यांपैकी एक कार्ड उचलतील. आता खेळाडू डाईसद्वारे खेळतील. जर खेळाडूकडे 5/6 हा अपूर्णांक असेल तर तो खेळाडू फक्त 1/6 हाच अपूर्णांक डाईसवर आल्यानंतर त्या आकाराचा तुकडा उचलू शकतो. अशा पध्दतीने खेळ चालेल.

5/6 हा अपूर्णांक ज्या खेळाडूकडे आहे व त्याच्याकडे 1/6 या आकाराचे पाच तुकडे तयार झाले तर तो खेळाडू जिंकेल.

४. **अपूर्णांकांची तुलना-**
वरील पध्दतीने खेळ खेळून झाल्यानंतर विद्यार्थ्यांना खालीलप्रमाणे दोन अपूर्णांकाची तुलना यांवर आधारीत प्रश्न विचारणे. कोणता अपूर्णांक मोठा आहे ते ओळखण्यास सांगणे. उत्तर शोधण्यासाठी विद्यार्थी साहीत्याचा वापर करु शकतात.
खालीलप्रमाणे दोन अपूर्णांक देऊन लहान व मोठा अपूर्णांक ओळखण्यास सांगणे.
   - टप्पा १ - ½ आणि 1/8, 1/5 आणि 1/20,
   - टप्पा २ - 2/3 आणि 4/5, ¾ आणि 7/8
   - टप्पा ३ -3/2 आणि 4/3, 5/4 आणि 9/8
   - टप्पा ४ -4/3 आणि 2/7, 7/4 आणि 4/5
   - टप्पा ५ - 3/8 आणि 7/10 , 4/7 आणि 3/9
   - टप्पा ६ -2/4 आणि 3/6, ¾ आणि 12/16

५. वरील कृतीमध्ये विद्यार्थ्यांना स्वतःच उत्तर शोधण्यास सांगणे. आवश्यकतेनुसार साहीत्य वापरू देणे. शक्यतो अपूर्णांकांची तुलना करण्यावर आधारीत कोणतेही नियम सांगू नये.

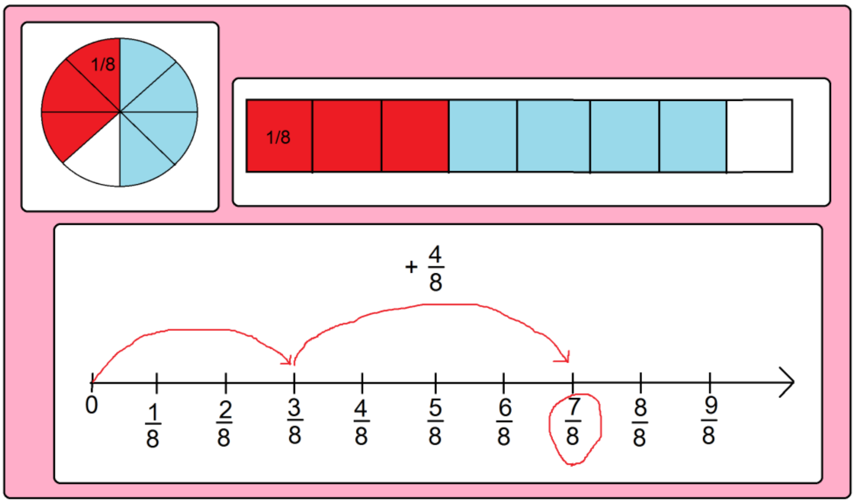
६. समान छेद असणाऱ्या अपूर्णांकांची बेरीज व वजाबाकी -

वरील पध्दतीने संख्यारेषेवर आधारीत अपूर्णांक दाखविण्याची कृती विद्यार्थ्यांना समजल्यानंतर समान छेद असलेल्या अपूर्णांकांची बेरीज व वजाबाकी यांवर आधारीत कृती घेऊ.

- **बेरीज -**

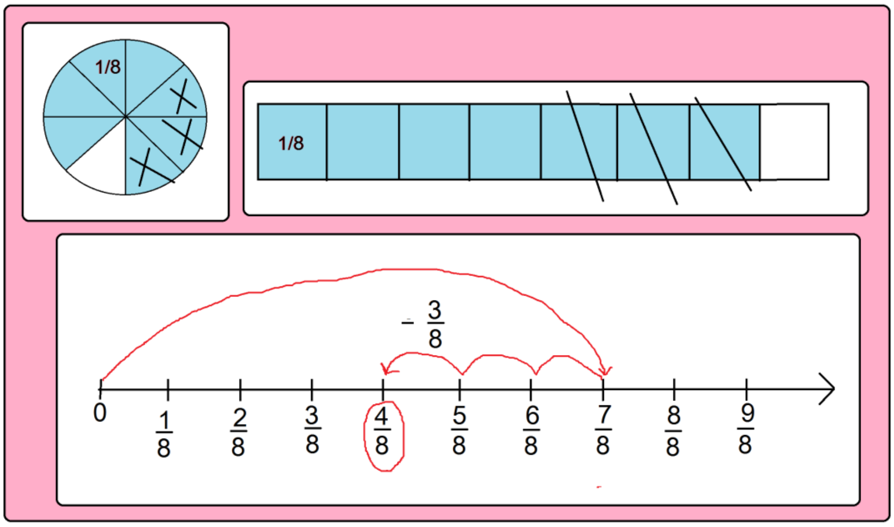
3/8 + 4/8 = ? हा प्रश्न विद्यार्थ्यां खालील पध्दतीने साहीत्याचा वापर करुन शोधतील.

विद्यार्थ्यांना अपूर्णांक पट्टी, वर्तुळाकार अपूर्णांक तुकडे व संख्यारेषा यांसारख्या विविध साधनांचा वापर करुन उत्तर शोधण्यास सांगू व आलेल्या उत्तराची नोंद करण्यास सांगणे.



- **वजाबाकी -**

बेरीज म्हणजे मिळविणे, पुढे जाणे यानुसार वजाबाकी म्हणजे कमी करणे, मागे येणे हा अर्थ विचारात घेऊन समान छेद असणाऱ्या अपूर्णांकांची वजाबाकी घेणे.

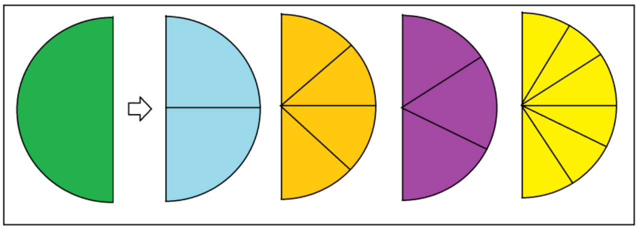


वरील पध्दतीने समान छेद असलेल्या अपूर्णांकांची बेरीज व वजाबाकी यांवर आधारीत कृती घेऊ.

७. सममूल्य अपूर्णांक -

फलकावर ½ आकाराचा वर्तुळाकार तुकड्या चिकटविणे. आता विद्यार्थ्यांना त्यांच्याकडील तुकडे वापरुन हा अपूर्णांक तयार करण्यास सांगणे. नियम मात्र असा आहे की, एकाच आकाराचे तुकडे वापरून ½ हा आकार तयार करायचा आहे.

खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे विद्यार्थ्यांकडून कृती अपेक्षित आहे.



वरीलप्रकारे कृतीमधून विद्यार्थ्यांशी चर्चा करुन सर्व अपूर्णांक हे भिन्नछेद असलेले असले तरी त्यांची किंमत ½ या अपूर्णांकाशी समान आहे. म्हणून या अपूर्णांकांना 'समान किंमत' असणारे- 'सममूल्य अपूर्णांक' असे म्हणू.

अशा पध्दतीने चर्चा झाल्यानंतर वरील कृती खालील पध्दतींनी अपूर्णांकात लेखन करु.

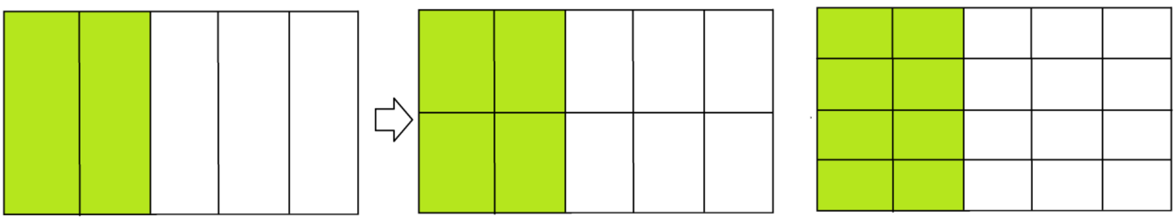
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12}$$

वरील कृती झाल्यानंतर शिक्षकांनी फलकावर 1/3 ही अपूर्णांक लिहीणे व या अपूर्णांकांचे सममूल्य अपूर्णांक वर्तुळाकार अपूर्णांक तुकडे व अपूर्णांक पट्टी वापरून शोधण्यास सांगणे.

याच पध्दतीने -¼, 2/3, ¾ या अपूर्णांकांचे सममूल्य अपूर्णांक वर्तुळाकार अपूर्णांक तुकडे व अपूर्णांक पट्टी वापरून शोधण्यास सांगणे.

सराव कृती -

एक आयताकार कागद घेऊन त्या कागदाचा 2/5 इतका भाग रंगविणे. आता त्या कागदाची खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे घडी घालीत जाणे. प्रत्येत घडीला तयार होणाऱ्या नवीन अपूर्णांकांचे नाव लिहीणे.



अशा कृतीमधून विद्यार्थ्यांना दिसून येईल की 2/5 = 4/10 = 8/20असे सममूल्य अपूर्णांक तयार होतात.

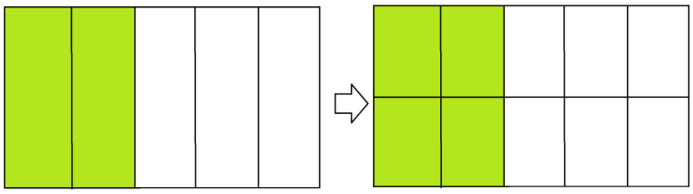
सममूल्य अपूर्णांक शोधण्याचे नियम -

खालील प्रमाणे फलकावर सममूल्य अपूर्णांकांवर आधारीत प्रश्न विचारून रिकाम्या चौकटीमध्ये कोणता अंक येईल ते शोधण्यास सांगणे.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{\square} = \frac{3}{\square} = \frac{4}{\square} = \frac{5}{\square} = \frac{6}{\square} = \frac{7}{\square} = \frac{8}{\square} = \frac{9}{\square}$$

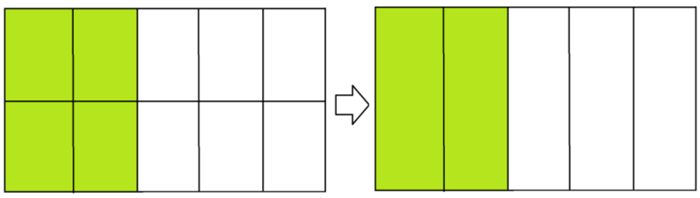
$$\frac{2}{3} = \frac{4}{\square} = \frac{6}{\square} = \frac{8}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

वरील पध्दतीच्या प्रश्नांची उत्तरे शोधल्यानंतर विद्यार्थ्यांना दिसून येईल की, दिलेल्या अपूर्णांकांच्या अंशाला व छेदाला समान अंकाने गुणले की समान किंमतीचे अपूर्णांक मिळतात.



$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$$

वरील कृतीच्या विरुध्द आता विद्यार्थ्यांना विचारणे की, 4/10 या अपूर्णांकापासून पुन्हा 2/5 हा अपूर्णांक कसा मिळविता येईल ?



$$\frac{4}{10} = \frac{4 \div 2}{10 \div 2} = \frac{2}{5}$$

कोणत्याही संख्येला 1 या अंकाने गुणले किंवा भागले तरी त्या संख्येची किंमत बदलत नाही या नियमाचा वापर करुन आपण सममूल्य अपूर्णांक शोधतो. यावर आधारीत चर्चा विद्यार्थ्यांशी करु शकतो.

1 = 1/1 = 2/2=3/3……………

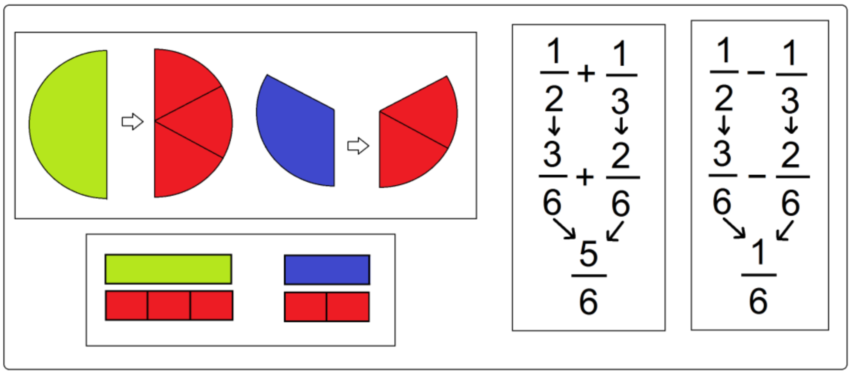
अशा पध्दतीने आपण 2/5 x 2/2 हा गुणाकार करुन 4/10 हा अपूर्णांक मिळवितो. तसेच,

4/10 या अपूर्णांकाला 2/2 ने भागून 2/5 अपूर्णांक मिळवितो.

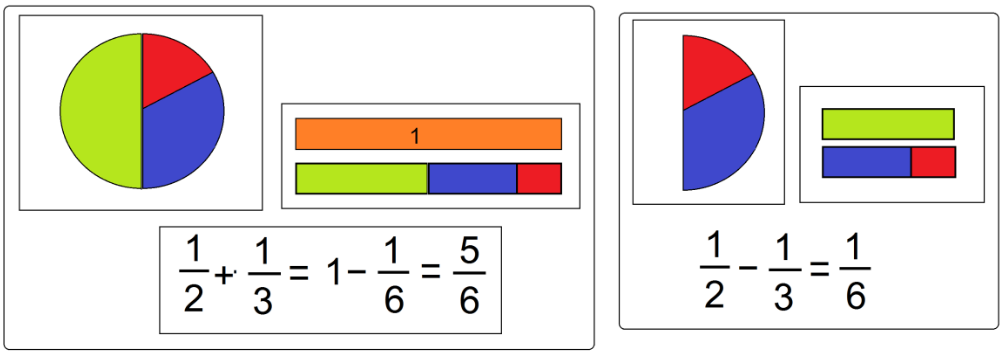
८. अपूर्णांकांची बेरीज व वजाबाकी-

खालील क्रमाणे टप्प्यांनी अपूर्णांकांवर आधारीत प्रश्न विचारणे. विद्यार्थ्यांना अपूर्णांक भिंत, वर्तुळापासून तयार केलेल्या अपूर्णांक, जोडो ब्लॉक वापरून उत्तर शोधतील. दिलेल्या अपूर्णांकांचे सममूल्य अपूर्णांक शोधून विद्यार्थी उत्तरापर्यंत पोहोचतील. सममूल्य अपूर्णांकांची बेरीज व वजाबाकी करतांना विद्यार्थ्यींना साहीत्यातून उत्तर शोधण्यास सांगणे.

खालील पध्दतीने बेरीज व वजाबाकी यांचा सहसंबंध साधून विद्यार्थ्यी उत्तर शोधतील.



काही विद्यार्थी नियमित पध्दतीपेक्षा वेगळ्या पध्दतीने देखील उत्तर शोधू शकतात. त्यांचे उत्तर इतर विद्यार्थ्यांच्या निदर्शनास आणून देऊ.



वरील पध्दतीने सुरुवातीला विदयार्थ्यी साधनांच्या मदतीने उत्तर शोधतील व शेवटी फक्त अंकांवरील क्रिया करुन उत्तर शोधतील.

अ) समान छेद असलेल्या अपूर्णांकांची बेरीज व वजाबाकी-
   बेरीज व वजाबाकी- 2/4 + ¼, 3/8 + 2/8, 1/5 + 2/5, 2/7 + 3/7, 7/8 – 3/8, 5/7 – 2/7, 7/10 – 3/10

आ) एका अपूर्णांकाचा सममूल्य अपूर्णांक शोधून बेरीज व वजाबाकी-
   बेरीज- ½ + ¼ , ½ + 1/8, ¼ + 1/16, 1/3 + 1/6, ¾ + 3/8, ¾ + 5/16, 2/3 + 2/9, 2/3 + 3/12, ¾ + 2/12
   वजाबाकी- ¾ - ¼, 5/8 – ½, 7/8 – ¾, 6/9 – 2/3, 13/12 – 3/4

इ) दिलेल्या दोन्ही अपूर्णांकांचे सममूल्य अपूर्णांक शोधून बेरीज व वजाबाकी-

बेरीज -½ + 1/3 , 1/3 + ¼ , ½ + 1/5, ¼ + 1/6, 2/3 + ¼, 5/8 + 2/3

वजाबाकी - ½ - 1/3, 1/3 – ¼ , ½ - 1/5, ¼ - 1/6, 2/3 – ¼, 2/3 – 5/8

ई) दोन पेक्षा अधिक अपूर्णांकांची बेरीज व वजाबाकी-

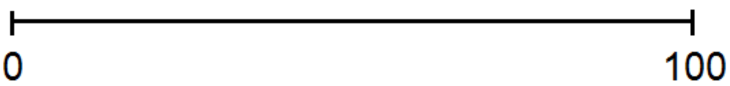
बेरीज- ½ + 1/3 + ¼, 1/3 + ½ + 1/5, 1/3 + ¼ + 1/6, 1/3 + ¼ + 1/5

बेरीज व वजाबाकी- ½ + 1/3 – ¼, 1/3 + 1/6 – ¼, 1/3 + 1/5 – ¼

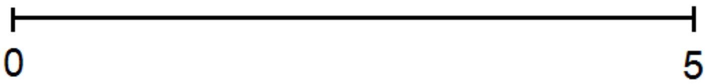
९. अंशाधिक अपूर्णांक, छेदाधिक अपूर्णांक व पूर्णांकयुक्त अपूर्णांक-

अ) दिलेल्या संख्यारेषेवर अपूर्णांकांचे स्थान दाखविण्याची कृती घेणे. कृतीची सुरुवात खाली दाखविल्याप्रमाणे घेऊ. संख्यारेषेवर खालील क्रमाणे संख्या दाखविणे व त्या संख्या कोणत्या स्थानावर येतील ते शोधण्यास सांगणे.

संख्या- 50, 25, 75, 5, 98, 53, 30 इत्यादी.



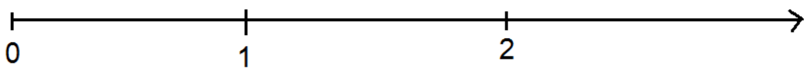
आ) वरील पध्दतीने संख्या दाखविण्याचा सराव ढाल्यानंतर खालील संख्यारेषा काढून संख्यारेषेवर अपूर्णांक दाखविण्याचा सराव घेऊ.



वरील संख्यारेषेवर खालील क्रमाणे संख्या दाखविण्यास सांगणे.

संख्या- 1, 4, 3, 2, ½, ¼, 5/4, 3/2

इ) वरील संख्या संख्यारेषेवर दाखविण्याचा सराव झाल्यानंतर खालीलप्रमाणे संख्या देऊन त्या संख्या विद्यार्थ्यांना संख्यारेषेवर दाखविण्यास सांगणे.



वरील संख्यारेषेवर खालील अंक दाखविण्यास सांगणे-

गट १ - ¼, 2/4, ¾, 4/4, 5/4, 6/4, 7/4, 8/4, 9/4.........

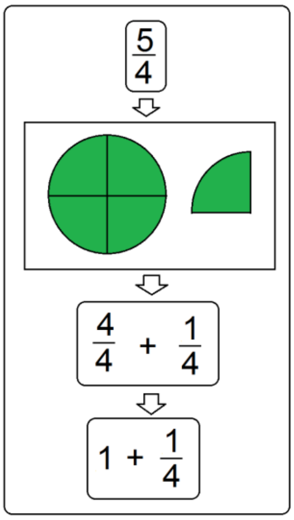
गट २ -1/3, 2/3, 3/3, 4/3.........

वरील पध्दतीने संख्यारेषेवर अपूर्णांक दाखविण्याचा सराव झाल्यानंतर खालील प्रश्नांवर आधारीत चर्चा करुन विद्यार्थ्यांना छेदाधिक अपूर्णांक व त्यांचे पूर्णांकयुक्त अपूर्णांकात रुपांतरण यांबाबत चर्चा करणे.

विद्यार्थ्यांना वर्तुळाकार अपूर्णांक तुकडे वापरून 5/4 हा अपूर्णांक तयार करण्यास सांगणे.

हा अपूर्णांक तयार केल्यानंतर विद्यार्थ्यांशी चर्चा करुया की,

- 5/4 हा अपूर्णांक 1 पेक्षा किती लहान आहे की, मोठा आहे?
- 1 पेक्षा किती मोठा आहे ?
- 1 तयार होण्यासाठी ¼ इतक्या आकाराचे किती तुकडे लागतात ?
- ¼ आकाराचे 4 तुकडे हे आपण अपूर्णांकात कसे लिहीणार ?

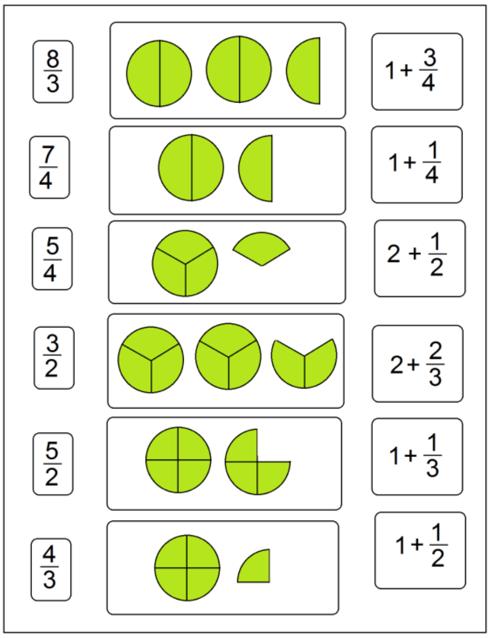


अशापध्दतीने प्रश्न विचारुन वरील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे अंशाधिक अपूर्णांक व पूर्णांकयुक्त अपूर्णांक ही संकल्पना स्पष्ट करणे.

सराव खेळ -

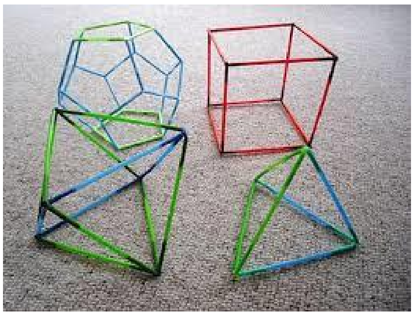
- **कार्ड मॅच करण्याचा खेळ -**

खाली चित्रात दिलेले तीन प्रकारचे कार्ड त्यांवर दर्शविलेल्या किंमती विचारात घेऊन मॅच करणे.



कोन

१. जोडो 3Dचा वापर करुन विद्यार्थ्यांना आकार तयार करण्यास सांगणे. तयार केलेल्या आकारामध्ये काटकोन, लघुकोन व विशालकोन किती आहेत ते शोधण्यास सांगणे.



२. विद्यार्थ्यांना जोडो-3D (दोन स्ट्रॉ व एक कनेक्टर) वापरुन लघूकोन, विशालकोन व काटकोन तयार करण्याचा सराव घेणे.

३. बेबीलियन संस्कतीनुसार पृथ्वी सुर्यभोवती फिरण्यासाठी 360 दिवस लागतात. यानुसार एक फेरा म्हणजे 360 दिवस ही संकल्पना स्पष्ट करणे.

याच पध्दतीने 360 हा असा विशेष अंक आहे की, ज्या संख्येला 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 18,20, 30, 40, 36, 60, 80, 90, 120, 180 या संख्यांनी भाग जातो.

अशा पध्दतीने,

- पूर्ण फेरा -360 अंश
- अर्धा फेरा -180 अंश
- पाव फेरा -90 अंश

  ही संकल्पना स्पष्ट करणे.

४. दरवाजाचा वापर करुन शून्य पेक्षा मोठा व 90 अंश पेक्षा लहान असणारे लघूकोन तयार करण्याचा सराव घेणे.

५. जोडो-3D (दोन स्ट्रॉ व एक कनेक्टर) वापरुन लघूकोन, विशालकोन व काटकोन तयार करण्याचा सराव घेणे. विद्यार्थ्यांना सुरुवातीला कोनांसंदर्भात अंदाज बांधता येणे व त्यानुसार कोन काढता येण्याची पूर्वतयारी या कृतीमधून साध्य होते.

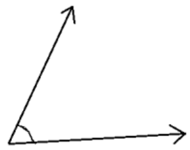
- पुढिल क्रमाणे कोन तयार करण्याचा सराव घेणे-
  - 90 अंशाचा कोन तयार कर,
  - 45 अंशाचा कोन तयार कर,
  - 30 अंशाचा कोन तयार कर,
  - 60 अंशाचा कोन तयार कर.
  - याच पध्दतीने पुढील माप देऊन कोन तयार करण्यास सांगणे. विद्यार्थ्यांना त्यांनी तयार केलेला कोन किती बरोबर आहे हे शोधण्यासाठी शालेय साहीत्यामधील मोठ्या कोनमापकाचा वापर करणे. खालील कोनांचे माप देऊन ते कोन तयार करण्यास सांगणे.
  - 120 अंश, 150 अंश, 135 अंश, 20 अंश, 10अंश, 80 अंश,100अंश, 170अंश

अशा प्रकारे कोनांचे माप देणे व दिलेल्या मापाचे कोन तयार करण्यास सांगणे.

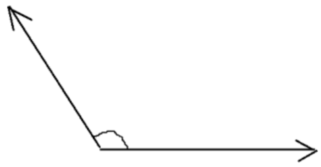
६. चित्ररुपात दिलेल्या कोनाचे माप ओळखण्याचा व तो कोन मोजून पाहण्याचा सराव-

कार्यपुस्तिका- खालील पध्दतीची कार्यपुस्तिका देऊन विद्यार्थ्यांना कोनाचे अंदाजे माप व मोजून पाहील्यानंतर आलेले माप अशा नोंदी असणारी कार्यपुस्तिका देणे.

दिलेल्या कोनाचे अंदाजे माप व प्रत्यक्ष मोजून पाहील्यानंतर शोधलेले माप यांची नोंद कर.



अंदाजे	कोनमापक वापरून



अंदाजे	कोनमापक वापरून

७. कोनमापकाचा वापर करुन दिलेल्या मापाचा कोन काढण्याचा सराव-

दिलेल्या किरणामधून कोनमापकाचा वापर करुन कोन काढण्याचा सराव देणे.

८. कोन काढण्यावर आधारीत खेळ-

दोन विद्यार्थ्यी मिळून हा खेळ खेळतील. एक खेळाडू कोन काढून दुसऱ्या खेळाडूला तो कोन देईल. दुसरा खेळाडू तो कोन किती मापाचा आहे हे अंदाजे ओळखणार व नंतर प्रत्यक्ष कोनमापक वापरुन कोनाचे माप मोजणार. आता अंदाजे मोजलेला कोन व प्रत्यक्ष मोजून पाहीलेला कोन यांमध्ये जितका फरक असेल त्यांची नोंद खालील दिलेल्या तक्त्यात करतील. अशा पध्दतीने प्रत्येक खेळाडू पाच वेळा खेळणार. शेवटी ज्या खेळाडूचा स्कोर कमी असेल तो खेळाडू जिंकेल.

क्र.	अंदाजे माप	कोनमापक वापरुन	फरक

कोन मोजण्याच्या सरावावर आधारीत कंप्युटर गेम्स -

Website link –

Angle measuement game- http://www.mathplayground.com/measuringangles.html

कोन ओळखण्याचा खेळ- http://www.mathplayground.com/alienangles.html

कोन व बळावर आधारीत खेल- http://www.mathplayground.com/ProjectTRIG/ProjectTRIGPreloader.html

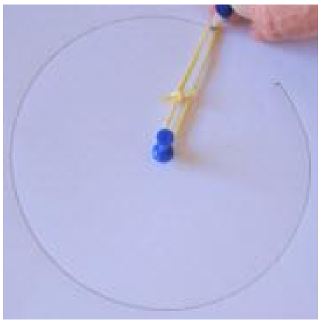
प्रिझमचा खेल- http://www.mathplayground.com/logic_rainbow_mechanic.html

अधिक सरावासाठी वेबसाईट- http://www.abcya.com/measuring_angles.htm

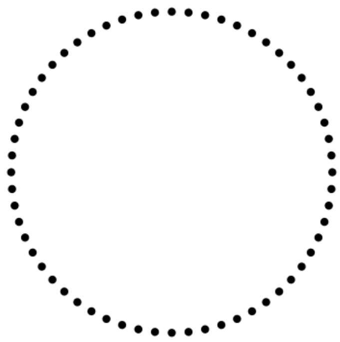
....

वर्तुळ

१. छोटे खिले व धागा वापरून वर्तुळ काढण्याचा कृती घेणे. दोन खिळे वापरून लंब वर्तुळ काढण्याची कृती घेणे. दोघांमधील साम्य व फरक यावर आधारीत चर्चा करणे.

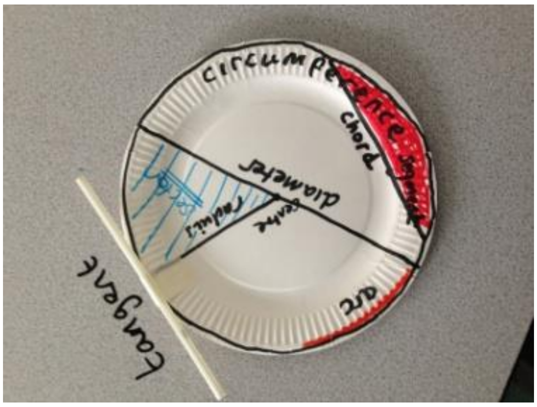


२. आईस्क्रिमची काडी व पेन्सिल वापरून वर्तुळ काढण्याची कृती. एकाच बिंदूपासून ठराविक अंतरावर काढलेल्या बिंदू समुहाला वर्तुळ असे का म्हणतात. याचे उत्तर विद्यार्थ्यांना या कृतीमधून शोधण्यास सांगणे.



३. वरील पध्दतीने काढलेल्या वर्तुळाच्या कडेवरील बिंदू व केंद्र बिंदू यांना जोडणारा रेषाखंड काढणे, वर्तुळाच्या कड्यावरील कोणतेही दोन बिंदू जोडणारा रेषाखंड काढणे. वर्तुळाच्या कड्यावरील दोन बिंदू जोडणारा सर्वात मोठा रेषाखंड काढ. अशा विविध अंगांनी सराव घेणे.

हाच सराव पेपर प्लेट वापरुन घेणे.



वरील कृतीवरुन वर्तुळकेंद्र, त्रिज्या, जीवा, व्यास, व्यास व जीवा सहसंबंध, व्यास व त्रिज्या सहसंबंध यांवर आधारीत चर्चा करणे.

४. काचेची बांगडी फुटली असता वर्तुळाकार कड्याचे होणारे दोन भाग व त्यानुसार लहान वर्तुळकंस व मोठा वर्तुळकंस स्पष्ट करणे. अर्ध वर्तुळकंस म्हणजे काय व त्याचे माप किती अंश असेल यावर चर्चा करणे.

अधिक सराव -

- वहीवर काढलेल्या वर्तुळावर एक खराट्याची काडी ठेवली असता दिसणारे अर्ध वर्तुळकंस, लघूवर्तुळकंस व विशालवर्तुळकंस ओळखण्याची कृती घेणे.
- कागदाच्या कापलेल्या वर्तुळ बल्पच्या प्रकाशात ठेवला. आता पुस्तक बल्प व वर्तुळाच्या मधे धरुन सरकवित गेल्यानंतर तयार होणाऱ्या लघू-अर्ध-विशाल कंस ओळखणे.

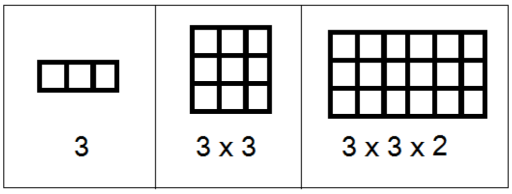
विभाग दुसरा

विभाज्य व विभाजकता

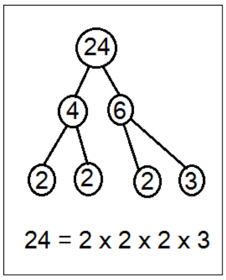
१. 1 ते 12 पर्यंत जोडो ठोकळे घेत त्यांपासून आयत तयार करण्याची कृती घेणे. किती ठोकळे वापरले असता सरळ रेषा म्हणजेच एकच आयक तयार होतो व कोणत्या संख्या आहेत की, ज्यांपासून दोन किंवा दोन पेक्षा जास्त पध्दतीचे आयत तयार होतात.ही कृती घेऊन चर्चा करणे.
२. यानंतर याच पध्दतीची कृती 24 पर्यंत घेणे. व शेवटी मूळ संख्या व संयुक्त संख्या ही संकल्पना स्पष्ट करणे.
३. अशापध्दतीने मूळ व संयुक्त संख्यांचा अर्थ समजल्यानंतर 1 ते 100 च्या तक्त्यावर मूळ व संयुक्त संख्या शोधण्याची कृती घेणे.

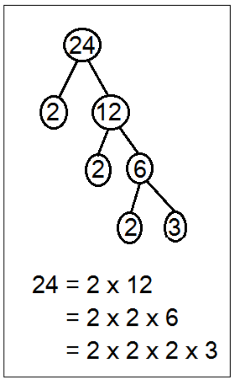
४. 24 पासून जास्तीत-जास्त आयत तयार होतांना दिसतात. यावरुन 24 ही संख्या कोणकोणत्या संख्यांच्या पाढ्यात येते. त्याचा आयत तयार होण्याशी सहसंबंध यावर चर्चा करणे. कोणतीही दोन अंकी संख्या देऊन ती संख्या कोणकोणत्या संख्येच्या पाढ्यात येते ते शोधण्याची कृती घेऊ.

५. एकक ठोकळे वापरून संख्या पटीने वाढविण्याची कृती
18 ही संख्या खालील टप्प्यांनी तयार करु
- 3, 3 x 3, 3 x 3 x 2



६. 8, 15, 24 या संख्यांचे मूळ अवयव शोधणे.
खालील पध्दतीने सहसंबंध विचारात घेत विद्यार्थ्यांशी चर्चा करत दोन अंकी संख्या दिली असता मूळ अवयव शोधण्याची कृती घेऊ.





7. वरील प्रकारे कृती झाल्यानंतर कोणत्याही दोन संख्या (५० पेक्षा लहान) दिल्या असता त्या दोन संख्यांचे मूळ अवयव शोधण्याची कृती घेऊ. मूळ अवयवांवरुन दोन्ही संख्यांचे सामाईक अवयव शोधण्यास सांगू. जसे, 9 व 12 या संख्यांचे 3 हा सामाईक अवयव आहे. तर 8 व 12 या संख्यांचे 2 x 2 हे सामाईक अवयव आहेत.

....

दशांश अपूर्णांक

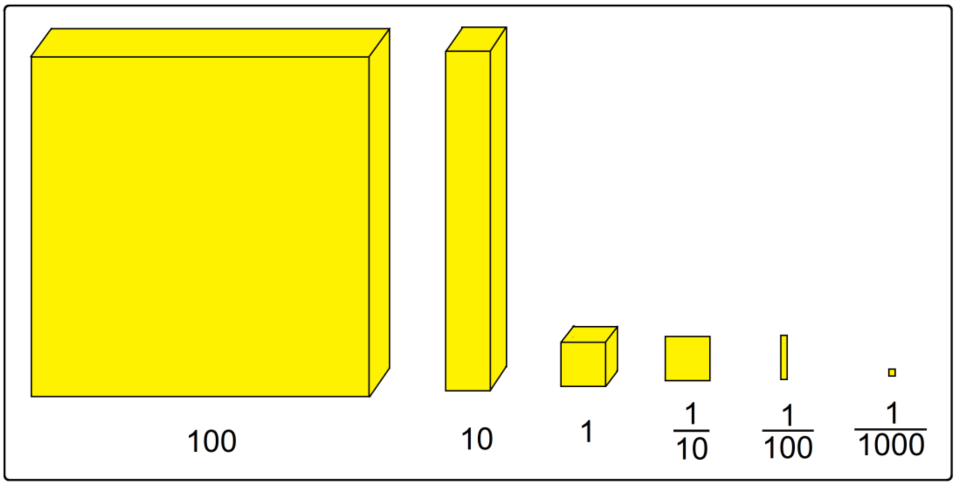
दशांश संख्यालेखन पध्दती ही दशांश अपूर्णांकांना व्यक्त करण्याची अशी पध्दती आहे की, ज्या पध्दतीत दिलेल्या अपूर्णांकाचा छेद हा लपलेला असतो. तसेच या लेखन पध्दतीमध्ये दिलेल्या संख्येचा एकक हा दशांश चिन्हाच्या उजव्या बाजूला लिहीला जातो.

दहाचा पाया विचारात घेऊन अपूर्णांकांना व्यक्त करण्याची एक नवीन संख्या लेखन पध्दती या स्वरूपात दशांश अपूर्णांक संख्यांची ओळख झाली तर या संख्यांचा अर्थ आणि त्यांवरील गणिती क्रिया यांचा अर्थ समजण्यास सोपे जाते.

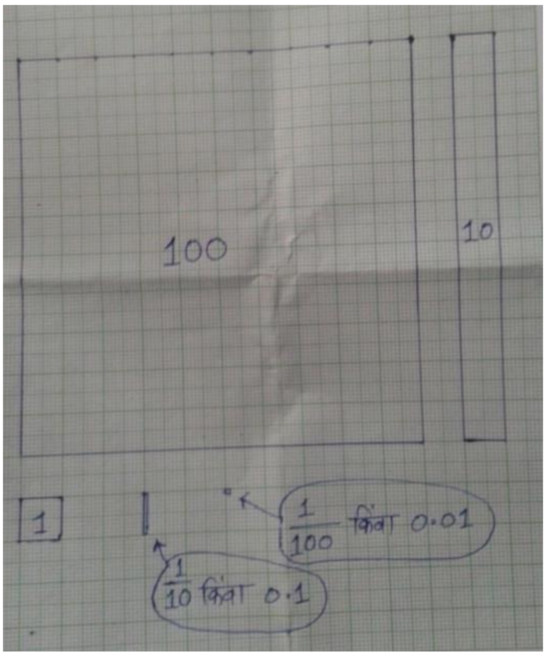
दशमान संख्या लेखन पध्दती, अपूर्णांक आणि मापन या संकल्पना विद्यार्थ्यांना आकलन झाल्या असतील तर दशांश संख्या अभ्यासण्यात सहजता येते.

दशांश अपूर्णांक शिकवितांना लागणाऱ्या महत्वपूर्ण साहित्याची ओळख-

I. दशांश अपूर्णांक किट -

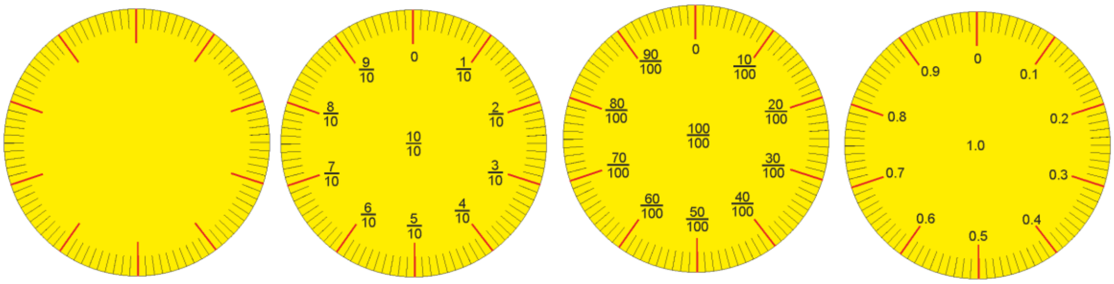


II. आलेख कागद-



III. मिटर पट्टी-

IV. दशांश अपूर्णांक वर्तुळ-



V. प्लेस वॅल्यु कार्ड-

1	0 • 1	0 • 0 1	0 • 0 0 1
2	0 • 2	0 • 0 2	0 • 0 0 2
3	0 • 3	0 • 0 3	0 • 0 0 3
4	0 • 4	0 • 0 4	0 • 0 0 4
5	0 • 5	0 • 0 5	0 • 0 0 5
6	0 • 6	0 • 0 6	0 • 0 0 6
7	0 • 7	0 • 0 7	0 • 0 0 7
8	0 • 8	0 • 0 8	0 • 0 0 8
9	0 • 9	0 • 0 9	0 • 0 0 9

१. दशमान संख्यालेखन पध्दतीचा वस्तूरुपात स्थानिक किंमत किट वापरून सराव घेणे –

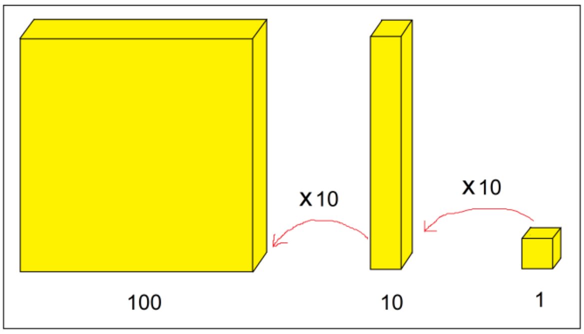
खालील प्रश्न विचारून दशमान संख्यालेखन पध्दतीची उजळणी घेऊ.

- एककाला 10 ने गुणले तर किती होतात?
- दशकाला 10 ने गुणले तर किती होतात ?
- हजारला दहाने गुणले तर किती होतात ?
- शतकाला दहाने गुणले तर किती होतात ?
- दशकाला दहाने गुणले तर किती होतात ?

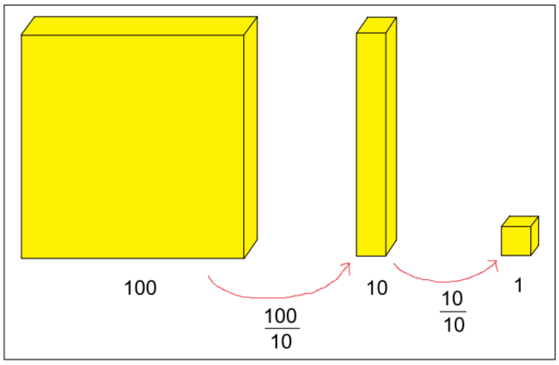
वरील प्रश्नांवर चर्चा केल्यानंतर खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे वस्तूंची एकक, दशक व शतकनुसार मांडणी करणे व वरील कृतीच्या आधारे खालील नोंदी करणे.

वरील चर्चेतून खालील दोन गोष्टी निष्पन्न होतात-

अ) कोणत्याही घराला दशकाने गुणले की, त्याच्या पुढचे घर मिळते. थोडक्यात दशमान संख्यालेखनात घर हे दहाच्या पट्टीने वाढत जातात.



आ) कोणत्याही घराला दहाने भागले की, त्या घराचे आधीचे लहान घर मिळते. थोडक्यात दहाने घरांना भागून त्याच्या अलीकडचे दहा पट लहान घर मिळते.



अशा पध्दतीने कृतीवर आधारीच चर्चा झाल्यांनतर आपण दशांश अपूर्णांकांची ओळख करु.

२. दशांश अपूर्णांत किट वापरून 1/10 व 1/100 ची ओळख करणे -

शतकाला दहाने भागले. म्हणजेच दहा समान भाग केले तर दशक मिळतो. दशकाला दहाने भागले तर एकक मिळतो. याच पध्दतीने आपण खालील प्रश्न विचारून विद्यार्थ्यांना उत्तर शोधण्यास सांगू.

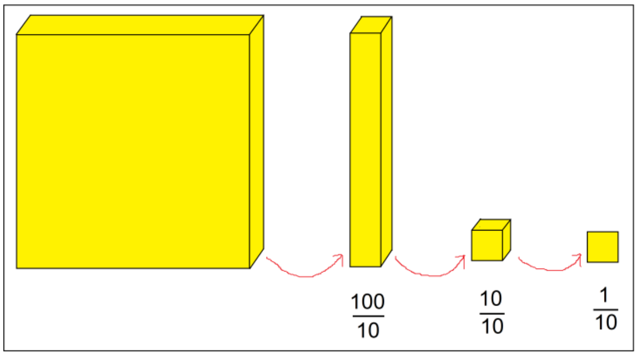
- एककाला दहाने भागले तर कोणते घर मिळेल ?
- मिळणाऱ्या वस्तूचा आकार कसा असेल?

1/10 च्या घराची ओळख -

वरील प्रश्नांवर चर्चा करुन विद्यार्थ्यांना कल्पना करण्यास सांगा की,

- एककाचे दहा समान भाग केले तर कोणत्या आकाराची वस्तू मिळेल?
- ती वस्तू दिसायला कशी असेल?
- तयार होणारी वस्तू आपण एककाच्या घरात ठेवणार का ?
- या तयार झालेल्या नवीन घराला नाव काय देणार?

अशा पध्दतीने चर्चा करुन एककाचे दहा समान तुकडे केल्यानंतर तयार होणारी चौरस चकती प्रत्येक विद्यार्थ्यांना हाताळण्यास द्या. त्या दहा चौरस वस्तू जोडून एकक ठोकळा तयार होतो की, नाही ते कृती करुन पहायला सांगा.



अशा पध्दतीने आपण एककाचे दहा समान भाग केले म्हणून तयार होणारा आकार हा एक पेक्षा लहान आहे. या आकाराची नोंद आपण अपूर्णांक लेखन पध्दतीनुसार 1/10 याप्रमाणे लिहू. एककाचे दहा समान भाग करुन तयार झालेल्या नवीन घराला 'एक छेद दहा' चा घर असे म्हणू.

1/100 च्या घराची ओळख -

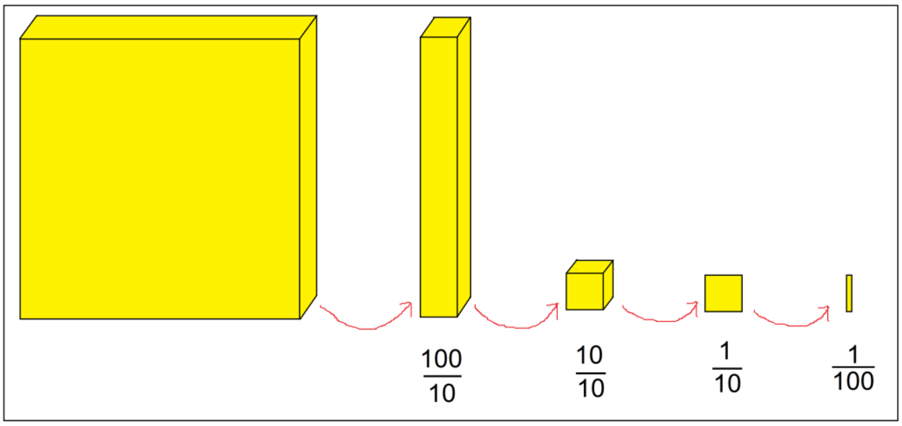
याच पद्धतीने आता आपण तयार झालेल्या नवीन घराला देखील दहाने भागले. म्हणजेच 1/10 चे दहा समान भाग केले तर,

- तयार होणाऱ्या नवीन घराचे नाव काय असेल?
- त्या घरातील वस्तूचा आकार कसा असेल ?

वरील पध्दतीने चर्चा केल्यानंतर विद्यार्थ्यांना अंदाज बांधण्यास वेळ द्या की, ती वस्तू आकाराने कशी दिसेल. घन ठोकळ्यापासून चौरसाकार पाटी मिळाली होती.

- या पाटीचे दहा तुकडे कसे कराल ?
- तो आकार कसा दिसेल?
- तयार होणाऱ्या नवीन घराचे नाव काय असेल ?

या प्रश्नांवर चर्चा झाल्यानंतर 1/100 चा आकार विद्यार्थ्यांना पाहण्यास देणे.



अशा पध्दतीने 1/10 चे दहा समान भाग झाले की, एक नवीन घर तयार होते. या घरातील वस्तूला 1/100 असे म्हणणार. कारण अशा 100 वस्तू घेतल्या तर एकक ठोकळा तयार होईल.

वरील पध्दतीने 1/10 व 1/100 ची ओळख झाल्यानंतर खालील प्रमाणे प्रश्न विचारून आकार व त्यांचे परस्पर सहसंबंध यांवर चर्चा करु.

- 1/10 हा आकार किती वेळा घेतला तर दशक तयार होईल ?
- 1/10 हा किती वेळा घेतला तर शतक तयार होईल ?
- एकक पासून किती 1/100 इतके आकार मिळतील ?
- दशक पासून किती 1/100 इतके आकार मिळतील ?
- 1/100 हा आकार किती वेळा घेतला तर शतक तयार होईल ?

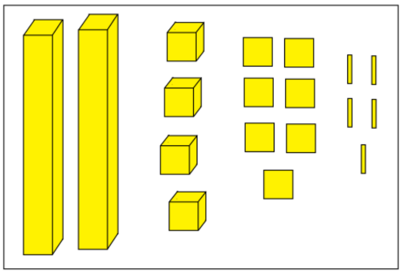
वरील प्रश्नांद्वारे विद्यार्थ्यांना वरील कृतीत वापरलेले आकार व त्यांचा परस्पर सहसंबंध स्पष्ट होईल.

३. दशांश व शतांशपर्यंत संख्या तयार करण्याचा सराव -

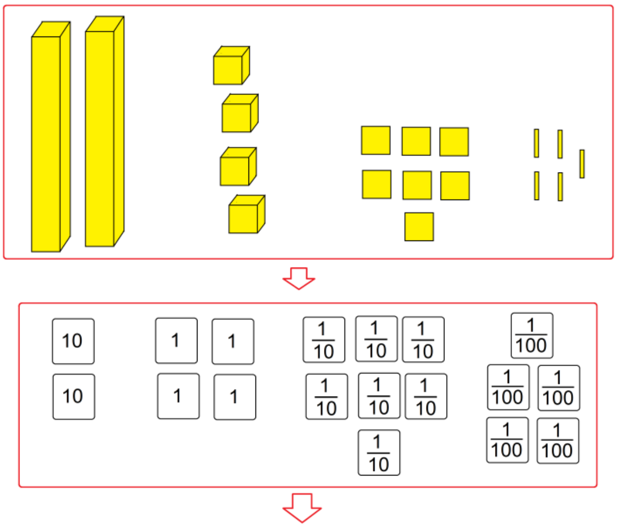
खालील टप्प्यांनी दशांश अपूर्णांकांची 1/10 व 1/100 या अपूर्णांक रुपात लेखन करण्याचा सराव घेऊ.

संख्या वस्तूरुपात तयार करुन अंकरुपात लिहीणे.-

खालीलपध्दतीने प्रत्येक गटामध्ये विद्यार्थ्यांना काही वस्तू देणे व त्या वस्तू किती आहेत. ते अंकरुपात कसे लिहीणार यावर आधारीत चर्चा करणे.



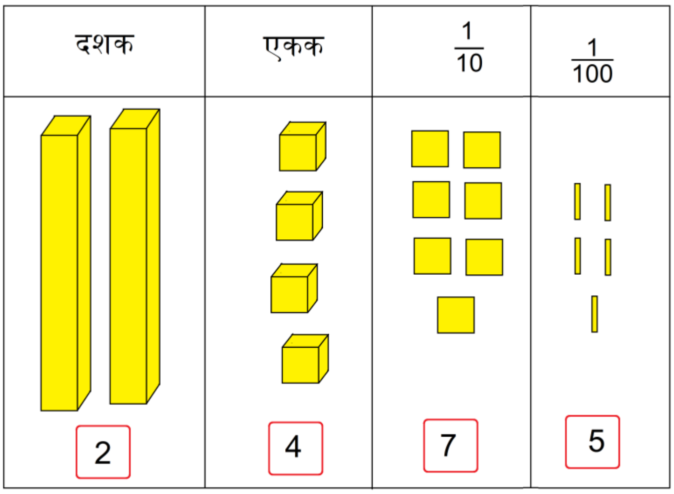
वरील पध्दतीने साहीत्य दिल्यानंतर विद्‌यार्थ्यांना प्रत्येक वस्तूचे अंकात नाव माहीती आहे. त्यानुसार विद्‌यार्थ्यांना खालील संख्याकार्ड देणे व त्यांनी तयार केलेली संख्या दर्शविण्यास सांगणे.



$$20 + 4 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$$

संख्या कार्ड वापरुन त्या अंकांची बेरीज केली तर वरीलप्रमाणे संख्या विस्तारीत रुपात मिळते.

आता आपण वरील संख्या जर घरांचा वापर करुन लिहीली तर कशी लिहीणार यावर चर्चा करणे. खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे या संख्यांची नोंद करु.



2	4	7	5

वरील चित्रातून दिसून येते की आपल्याकडे “दोन दशक, चार एकक, सात-एक छेद दहा व पाच-एक छेद शंभर” आहेत. ही संख्या आपण घरांचा वापर न करता लिहीली तर ती 2475 अशी दिसते. म्हणजेच ही संख्या वरील विस्तारीत रुपात दिलेल्या संख्या नाही.

$$2\ 4\ 7\ 5 \neq 20 + 4 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$$

अशा पध्दतीने चर्चा केल्यानंतर आपण विद्यार्थ्यांना सांगू की, 4 ची किंमत ही चारशे नसून चार आहे हे आपणास माहीत आहे. मग,

- संख्या घरांचा वापर न करता लिहीली तर दिलेल्या संख्येत एककाचे घर कोणते आहे हे कसे समजणार?
  हा प्रश्न करुन त्यावर खालील उपाय सांगू शकतो.

$$2\ \overset{☆}{4}\ 7\ 5 = 20 + 4 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$$

वरील चित्रात एकक या घरातील संख्येवर चांदणी लिहीली आहे. ही चांदणी एककाचे घर कोणते आहे हे दर्शविते. आता चांदणीमुळे आपणास एककाचे घर व 1/10 चे घर देखील समजू शकते.

अशी चर्चा झाल्यानंतर फलकावर

24.75 किंवा 12.50 रुपये ही संख्या लिहीणे. अशी संख्या तुम्ही कुठे पाहीली आहे का? यावर चर्चा करणे.

दशमान संख्या लेखन पध्दतीमध्ये चांदणी न वापरता खालीलप्रमाणे एकक व 1/10 या घरांच्या मध्यभागी एक बिंदू वापरला जातो. हा बिंदू एकक व 1/10 चे घर कोणते आहे ते दर्शवितो.

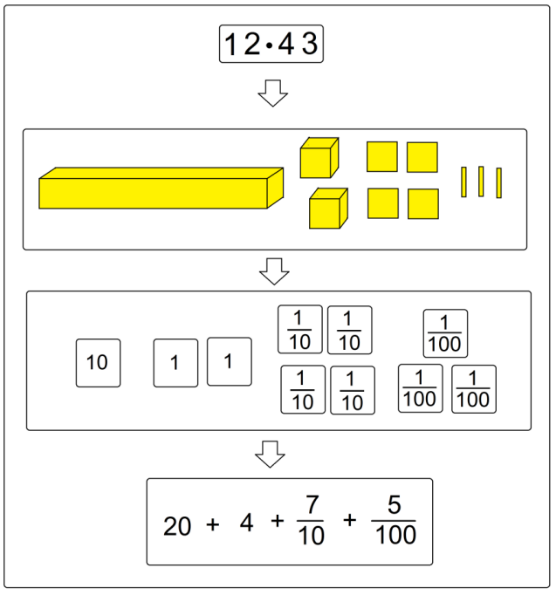
$$2\ 4 \bullet 7\ 5 = 20 + 4 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$$

अशा पध्दतीने संख्या लेखनात आपण बिंदू (Point)चा वापर करुन एककापेक्षा लहान घरातील संख्या दशमान संख्या लेखन पध्दतीने लिहू शकतो.

दशांश चिन्ह वापरून संख्या लेखनाचा सराव-

दशांश चिन्हाचा अर्थ स्पष्ट केल्यानंतर विद्यार्थ्यांना दशांश चिन्हाचा वापर करुन एक संख्या देणे.

विद्यार्थ्यांना ती संख्या साहीत्य वापरून, घरांच्या किंमतीचे कार्ड वापरुन, विस्तारीत रुपात संख्या लिहीण्यास सांगणे.



वरीलप्रकारे दोन दशांश पर्यंत संख्याची समज तयार झाल्यानंतर खालील चित्रात दिलेला खेळ घेऊन संकल्पना दृढ करु.

दशक जिंकण्याचा खेळ -

साहीत्य -

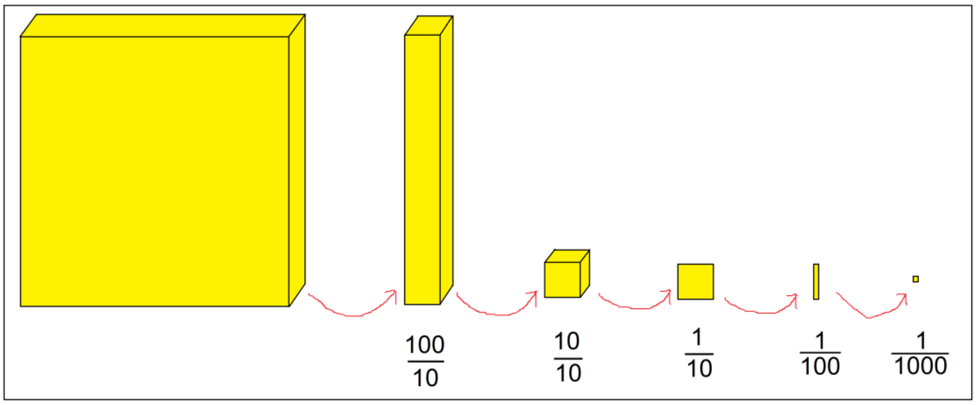
दशांश अपूर्णांक किटमधील दशक, एकक, दशांश व शतांश आकाराच्या वस्तू, डाईस (डाईसवर 1,2, 0.1, 0.2, 0.01, 0.02 या संख्या लिहीणे.)

कसे खेळणार-

खेळाडू वरील साहीत्य दशांश अपूर्णांक किटमधील वरील साहीत्य गटामध्ये ठेवणार. पण दशकाची दांडी मात्र गटामध्ये फक्त एकच ठेवणे. आता खेळाडू डाईसने खेळतील. डाईसवर जी संख्या येईल तितक्या वस्तू खेळाडू घेईल. खेळाडूंकडे कोणतीही एकाच आकाराच्या वस्तू दहा झाल्या की, त्या वस्तू खेळात ठेऊन त्या वस्तूंच्या पुढच्या घराची एक वस्तू घेईल. म्हणजेच, खेळाडूकडे 0.1 या आकाराच्या 9 वस्तू म्हणजे 0.9 इतके आहेत. आता डाईसवर 0.2 ही संख्या आली तर खेळाडू 0.1 आकाराच्या दहा वस्तू खेळात ठेवील व त्याऐवजी 1 एकक आकाराचा ठोकळा घेईल. अशा पध्दतीने खेळ-खेळत ज्या खेळाडूला दशक सर्वात आधी मिळेल तो खेळाडू जिंकेल.

1/1000 ची ओळख-

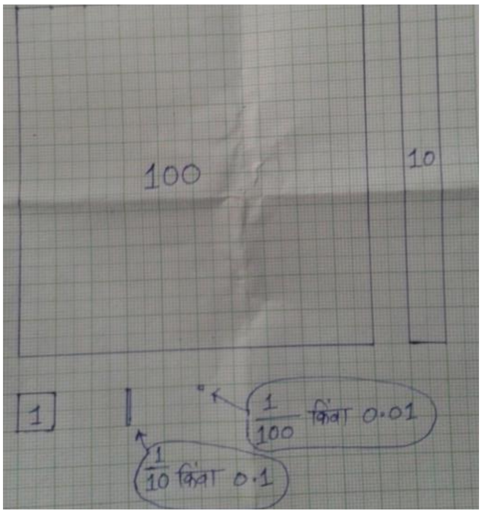
खालील पद्धतीने हजारांश या घराची ओळख करु. शतांशच्या घरातील वस्तूचे दहा समान भाग केले की, मिळणारा आकार हा साखरेचा दाण्याइतका असतो. हजारांश आकाराच्या हजार वस्तू एकत्र केल्या तर एकक ठोकळ्याचा आकार तयार होतो. म्हणून या आकाराला आपण 1/1000 (हजारांश) म्हणतो.



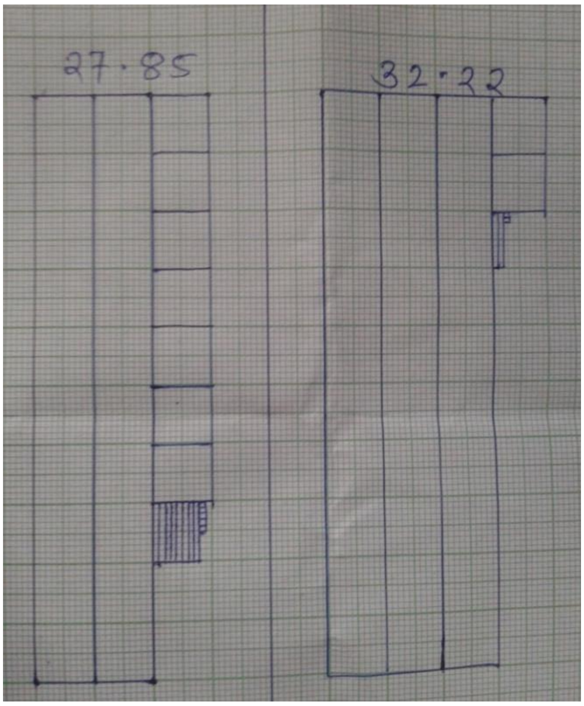
वरील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे 1/1000 ची ओळख झाल्यानंतर 1/10 व 1/100 या घरांच्या सरावासाठी घेतलेल्या क्रमाणेच ही कृती घेऊ.

४. आलेख कागद वापरून दशांश अपूर्णांक संख्या तयार करण्याचा सराव-

आलेख कागदावरचा एक सेमी लांबीचा चौरस हा एकक विचारात घेतला आहे. खालील चित्रात दाखविल्याप्रमाणे आलेख कागदावर शतक पासून 0.01 पर्यंतच्या संख्या तयार करण्याचा सराव घेऊ.



वरील पध्दतीने आलेखावर संख्या कशा दर्शविणे हे विद्यार्थ्यांना समजल्यानंतर खालील चित्रात 27.85, 32.22 या संख्या दाखविल्या आहेत. त्याप्रमाणे संख्या तयार करण्याचा सराव विद्यार्थ्यांना देऊ.



विद्यार्थ्यांना खालील क्रमाणे संख्या देऊन त्या संख्या आलेख कागदावर दाखविण्यास सांगणे.

- 125
- 3
- 1.1
- 1.11
- 11.11
- 21.21

- 12.12
- 25.34
- 124.7
- 156.03
- 106.06
- 100.15
- 10.10
- 13.20
- 13.2

वरील क्रमाणे संख्या बनवितांना विद्यार्थ्यांना एक गोष्ट दिसून येईल की, 0.2 म्हणजेच 0.20 इतके आहेत. दशांश संख्या चिन्हाच्या उजव्या दिशेने शून्य लेखनाच्या नियमाकडे विद्यार्थ्यांचे लक्ष केंद्रीत करु.

- **वेगळा एकक घेऊन संख्या तयार करण्याचा सराव -** (10 सेमी लांबीचा चौरस एक एकक विचारात घेऊन कृती)

आता पर्यंत आपण 1 सेमी लांबीचा चौरस हा एकक विचारात घेऊन संख्या तयार करत होतो. परंतू 10 सेमी लांबीचा चौरस एकक विचारात घेतला तर खालील दिलेल्या संख्या दाखव. ही कृती घेऊन संख्या तयार करण्याचा सराव देणे.

प्रश्न -

- 2
- 1.1
- 0.3
- 0.01
- 0.25
- 0.75
- 0.001
- 0.0001
- 0.1111
- 0.2222
- 0.1234
- 1.2435
- 0.9999
- 0.9999 + 0.0001

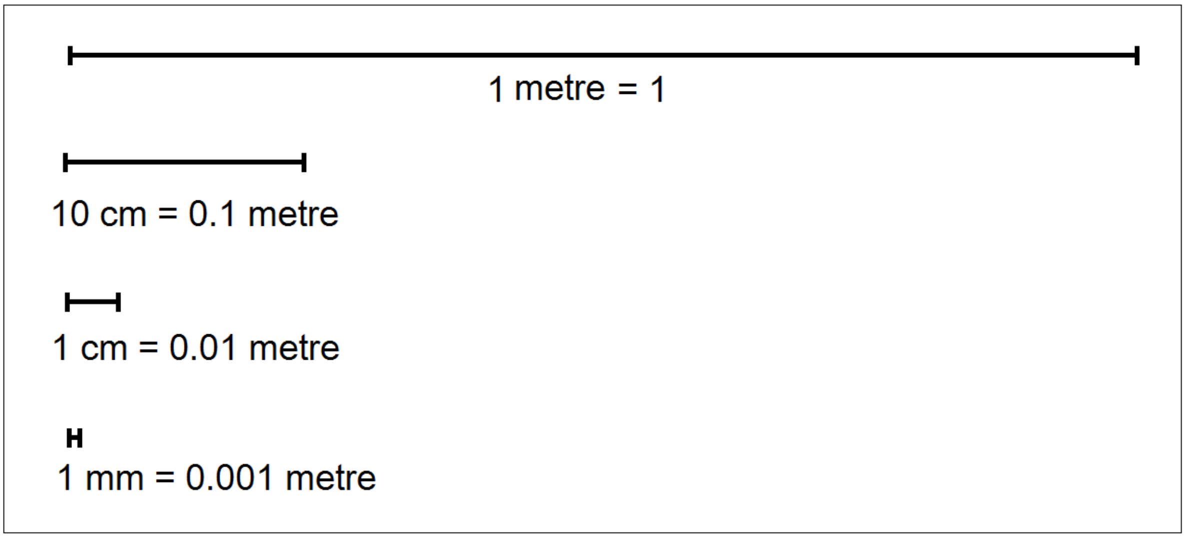
➢ 1 - 0.2222

अशा प्रकारे वरील प्रश्न विचारून आलेख कागदावर संख्या तयार करण्याचा सराव घेणे. शेवटचे दोन प्रश्नांचे उत्तर विद्यार्थ्यांना त्यांना हव्या तितक्या वेळेत देऊ शकतात. दुसऱ्या दिवशी उत्तर शोधून आणले तरी हरकत नाही.

५. मिटर टेप वापरुन दशांश संख्या तयार करण्याचा सराव-

मिटर टेप व धागा वापरून विद्यार्थ्यांना खालील पध्दतीने दिलेल्या लांबीचा धागा तयार करण्यास सांगणे.

1 मिटर हे मापनाचे एकक विचारात घेतले तर खालील प्रश्न विचारून विद्यार्थ्यांना तितक्या लांबीचा धागा तयार करण्यास सांगणे.



- ➢ दोन मिटर लांबीचा धागा दाखव.
- ➢ 12 मिटर लांबीचा धागा दाखव.
- ➢ ½ मिटर लांबीचा धागा दाखव.
- ➢ 1/10 मिटर लांबीचा धागा दाखव.
- ➢ 3/10 मिटर लांबीचा धागा दाखव.
- ➢ 0.6 लांबीचा धागा दाखव.
- ➢ 1.2 लांबीचा धागा दाखव.
- ➢ 0.01 लांबीचा धागा दाखव.
- ➢ 2.07 लांबीचा धागा दाखव.
- ➢ 2.43 लांबीचा धागा दाखव.
- ➢ तुमची लांबी किती मिटर आहे ती मोज.
- ➢ तुमच्या हाताची लांबी किती मिटर आहे ते मोज.

- ➢ टेबलची लांबी किती मिटर आहे.
- ➢ दरवाजाची उंची किती मिटर आहे ?
- ➢ शाळेची लांबी किती मिटर आहे ?

वरील पध्दतीचे विविध प्रश्न विचारून मिटरटेपचा वापर करुन विद्यार्थ्यांना वस्तूंची लांबी मोजण्याचा व दशांश अपूर्णांक संख्या वापरण्याचा सराव देऊ.

- **वेगळा एकक घेऊन सराव - 1 सेमी = 1 एकक विचारात घेऊन वहीवर दिलेल्या लांबीचा रेषाखंड काढणे -**

पट्टीचा वापर करुन विद्यार्थ्यांना खालील प्रश्न देणे. त्या लांबीची रेषाखंड विद्यार्थ्यांना काढण्यास सांगणे.

प्रश्न -

- ➢ 5 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढ.
- ➢ 1 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढ.
- ➢ 1.1 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढ.
- ➢ 0.3 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढ.
- ➢ 2.4 सेमी +3.3 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढ. तयार झालेल्या रेषाखंडाची लांबी मोज.
- ➢ 4.8 सेमी + 2.7 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढ. तयार झालेल्या रेषाखंडाची लांबी मोज.
- ➢ 7.6 सेमी - 2.4 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढ. तयार झालेल्या रेषाखंडाची लांबी मोज.
- ➢ एका सरळ रेषेत 4.2 सेमी लांबीचा रेषाखंड तीन वेळा काढ. मिळालेल्या मोठ्या रेषाखंडाची लांबी मोज.
- ➢ एका सरळ रेषेत 2.4 सेमी लांबीचा रेषाखंड चार वेळा काढ.मिळालेल्या मोठ्या रेषाखंडाची लांबी मोज.
- ➢ 6.9 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढ. त्या रेषाखंडाचे तीन समान भाग कर. एका भागाची लांबी मोज.
- ➢ 12.8 सेमी लांबी रेषाखंड काढ. त्या रेषाखंडाचे चार समान भाग कर. एका भागाची लांबी मोज.
- ➢ 11.6 सेमी लांबीच्या रेषाखंडाचे दोन समान भाग कर. एका भागाची लांबी मोज.

वरील कृती करतांना विद्यार्थ्यांकडून वारंवार होणारी चुक म्हणजे त्यांना दिलेल्या लांबीचा रेषाखंड हा एकदम बरोबर काढता येत नाही.

यावर उपाय म्हणजे विद्यार्थ्यांनी उत्तर काढल्यानंतर शिक्षकांना फलकावर एक मोठी पट्टीची प्रतिकृती काढणे. आता एका विद्यार्थ्याला समोर बोलवून त्याने जी कृती केली आहे ती कृती विचारणे. त्याने सांगितल्याप्रमाणे कृती फलकावर करुन घेणे. अशा पध्दतीने

बरोबर उत्तर वर्गात चर्चा करुन शोधणे. आता आपली कृती बरोबर असतांना देखील रेषाखंड काढतांना कोणत्या चुका केल्या आहेत ते विद्यार्थी स्वत: शोधून काढतील.

६. वजनावर आधारीत सराव कृती -

विद्यार्थ्यांना दूकानामधील इलेक्ट्रॉनिक वजन काट्यावर खालीलप्रमाणे कोणत्याही पाच वस्तूचे वजन करण्यास वजनाची नोंद करण्यास सांगणे. विद्यार्थ्यांना वस्तू व त्यांचे वजन यांचे फोटो काढून प्रकल्प तयार करण्यास सांगू शकतो.

वजन करायच्या वस्तू -

नारळ, कांदा, बटाटा, चॉकलेट, दहा ते पंधरा वटाने यांचे वजन, मुठभर शेंगदाण्यांचे वजन, साबन यांसारख्या दुकानातील वस्तूंचे वजन मोजणे व त्यांची वहीत नोंद करणे.

७. दशांश अपूर्णांक स्थानिक किंमत कार्ड वापरुन संख्या तयार करण्याचा खेळ-

खाली चित्रात दाखविल्याप्रमाणे विद्यार्थ्यांना गटामध्ये कार्ड देणे. आता शिक्षक खालील क्रमाणे संख्या सांगतील व विद्यार्थ्यी त्या संख्या स्थानिक किंमत कार्ड वापरून तयार करतील.

1	0 • 1	0 • 0 1	0 • 0 0 1
2	0 • 2	0 • 0 2	0 • 0 0 2
3	0 • 3	0 • 0 3	0 • 0 0 3
4	0 • 4	0 • 0 4	0 • 0 0 4
5	0 • 5	0 • 0 5	0 • 0 0 5
6	0 • 6	0 • 0 6	0 • 0 0 6
7	0 • 7	0 • 0 7	0 • 0 0 7
8	0 • 8	0 • 0 8	0 • 0 0 8
9	0 • 9	0 • 0 9	0 • 0 0 9

कसे खेळणार -

वरील चित्रात दाखविलेले कार्ड विद्यार्थ्यांना गटात देणे. आता ते कार्ड वापरून विद्यार्थ्यांना खालील क्रमाणे प्रश्न विचारून ती संख्या दशांश अपूर्णांक स्थानिक किंमत कार्ड वापरून दाखविण्यास सांगणे.

प्रश्न -

- 2

- 2.2
- 2.22
- 2.222
- 0.12
- 0.123
- 0.052
- 2.524
- 0.2 + 0.03
- 3 + 0.5 + 0.07
- 5 + 0.2 + 0.04 + 0.002
- 0.2 + 0.3
- 0.2 + 0.04 + 0.03 + 0.008
- 8 + 0.3 + 0.5 + 0.6
- 4 + 0.7 + 0.5
- 0.5 + 0.07 - 0.04
- 3 + 0.8 - 0.3
- 2 - 0.2
- 3 + 0.4 - 0.9
- 0.2 x 3
- 0.8 / 2
- 4.6 / 2

वरील क्रमाणे विद्यार्थ्यांना प्रश्न विचारणे. विद्यार्थी दशांश अपूर्णांक स्थानिक किंमत कार्ड वापरून उत्तर शोधतील.

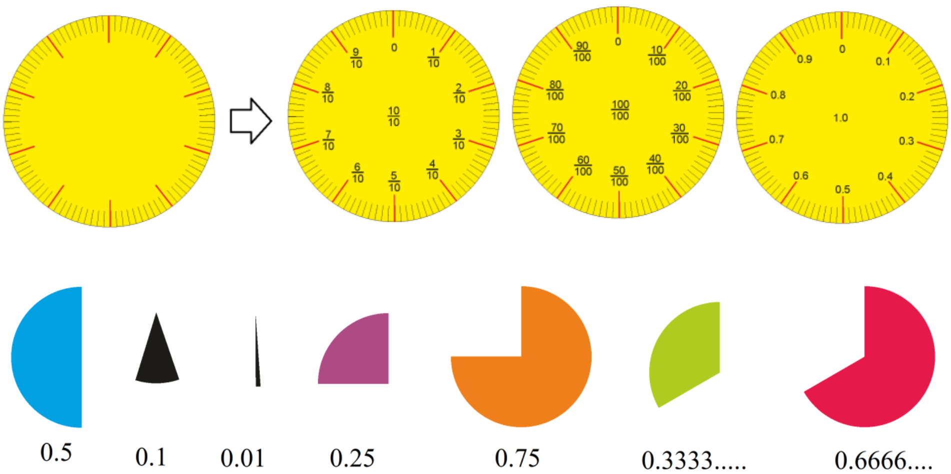
वरील प्रश्नांची उत्तरे तोंडी शोधायची आहेत. म्हणून बऱ्याच वेळा चुकीची उत्तरे येतात. अशा वेळी विद्यार्थ्यांना त्यांचे उत्तर चुकचे का? ते न सांगता ज्या गटाने बरोबर उत्तर शोधले आहे त्या गटाचे उत्तर बरोबर आहे इतकेच इतर गटांना सांगणे. त्या गटाचे उत्तर बरोबर का आहे यावर चर्चा करु शकतो. किंवा दशांश अपूर्णांक किट व कॅल्क्युलेटर वापरुन उत्तर तपासून पाहण्यास सांगू.

८. दिलेल्या अपूर्णांकाला दशांश रूपात व्यक्त करणे-

अपूर्णांक आणि दशांश संख्या यांचा परस्पर सहसंबंध स्पष्ट होण्यासाठी वर्तुळ व 10 सेमी x 10सेमीचा चौरस हे गृहीत एकक प्रभावी साधन आहेत.

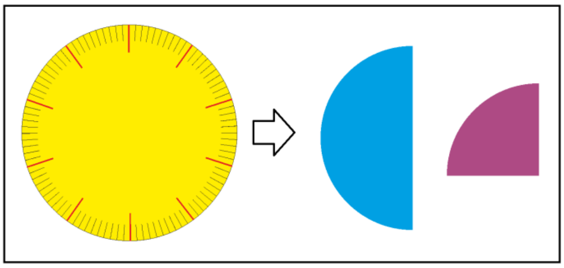
कृती - दिलेला अपूर्णांक हा दशांश अपूर्णांक रुपात व्यक्त करणे.

साहीत्य- खालील चित्रात दिल्याप्रमाणे कागदावर वर्तुळ तयार करून घेणे.



कसे खेळणार-

विद्यार्थ्यांना कोणतेच अंक न लिहीलेला वर्तुळ देऊन त्या वर्तुळाचे निरीक्षण करण्यास सांगणे.



खालील प्रमाणे प्रश्न विचारून या वर्तुळावर चर्चा करूया.

- लाल रंगाच्या रेषांमुळे वर्तुळाचे किती समान भाग झाले आहेत ? (10 - दहा)
- लहान रेषांमुळे वर्तुळाचे किती समान भाग झाले आत ? (100 - शंभर)

अशाप्रकारे वर्तुळाची ओळख झाल्यानंतर विद्यार्थ्यांना½ व ¼ हे दोन अपूर्णांक देऊन ते अपूर्णांक वरील वर्तुळावर मोजले तर या आकारामध्ये वर्तुळाच्या 100 भागांपैकी किती भाग मावतील ते मोजण्यास सांगणे.

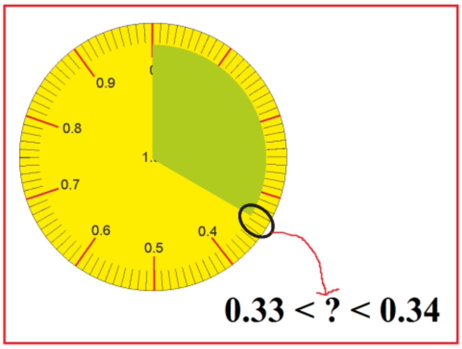
½ हा आकार मोजतांना वर्तुळाचे दहा समान भाग विचारातघेऊ शकतो पण ¼ हा अपूर्णांक मोजतांना मात्र विद्यार्थ्यांना वर्तुळाचे शंभर समान भाग विचारात घ्यावे लागतील. अशा प्रकारे ½ व ¼ या अपूर्णांकांचे दशांश अपूर्णांकावरून नाव अनुक्रमे 5/10 व 25/100 असे शोधतील.

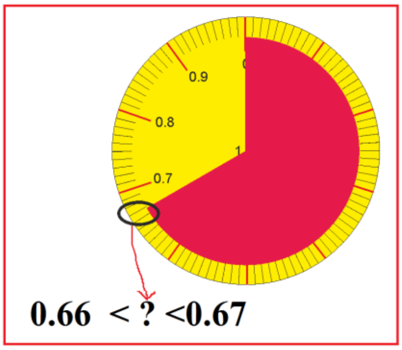
अशाप्रकारे वरील कृती झाल्यानंतर विद्यार्थ्यांना ½ व ¼ या अपूर्णांकांची नावे दशांश अपूर्णांकात कसे लिहीतील ते शोधण्यास सांगणे. विद्यार्थ्यांनी ½ म्हणजेच 0.5 व ¼ म्हणजेच 0.25 आहे हे शोधल्यानंतर या दोन्ही अपूर्णांकांच्या लहान-मोठेपणावर चर्चा करु शकतो.

0.5 हा 0.25 पेक्षा दुप्पट मोठा आहे. कारण दशांश संख्या लेखन नियमानुसार 0.5 म्हणजेच 0.50 आहे. अशाप्रकारे दिलेल्या दशांश अपूर्णांकांचा अंदाज व परस्पर सहसंबंध समजल्यानंतर खालील तीन प्रकारचे वर्तुळ देऊन विद्यार्थ्यांना दिलेल्या अपूर्णांकांची दशांश अपूर्णांकात नाव शोधण्यास सांगणे.

- **1/3 व 1/6 चे दशांश अपूर्णांक रुपात नाव शोधणे-**

वर्तुळाकार दशांश अपूर्णांक मोजण्याचे वर्तुळ व 1/3 आणि 2/3 हे अपूर्णांक विद्यार्थ्यांना देणे. या अपूर्णांकांचे दशांश अपूर्णांकात नाव शोधण्यास सांगणे.





वरीलप्रमाणेच 1/3 व 2/3 या अपूर्णांकाचे नाव शोधतांना विद्यार्थ्यांना दिसून येईल की, 1/3 हा अपूर्णांक 0.33 या पेक्षाही मोठा आहे मात्र 0.34 पेक्षा लहान आहे. तसेच 2/3 हा अपूर्णांक 0.66 पेक्षा मोठा आहे परंतू 0.67 पेक्षा लहान आहे.

वरीलप्रकारे दिलेल्या 1/3 व 2/3 या अपूर्णांकांची अंदाजे किंमती शोधल्यानंतर खालीलप्रमाणे टेन बेस स्ट्रिपच्या मदतीने दिलेल्या अपूर्णांकांची किंमत शोधू.

- **10 सेमी x10सेमीचा चौरस गृहीत एकक विचारारात घेऊन1/3 या अपूर्णांकांची किंमत शोधू -**

खालील चित्रामध्ये दिसून येते की,

- दशांश अपूर्णांक पध्दतीनुसार दिलेल्या चौरसाचे प्रथम दहा समान भाग केले.
- प्रत्येक भागाला आपण 0.1 असे म्हणणार.

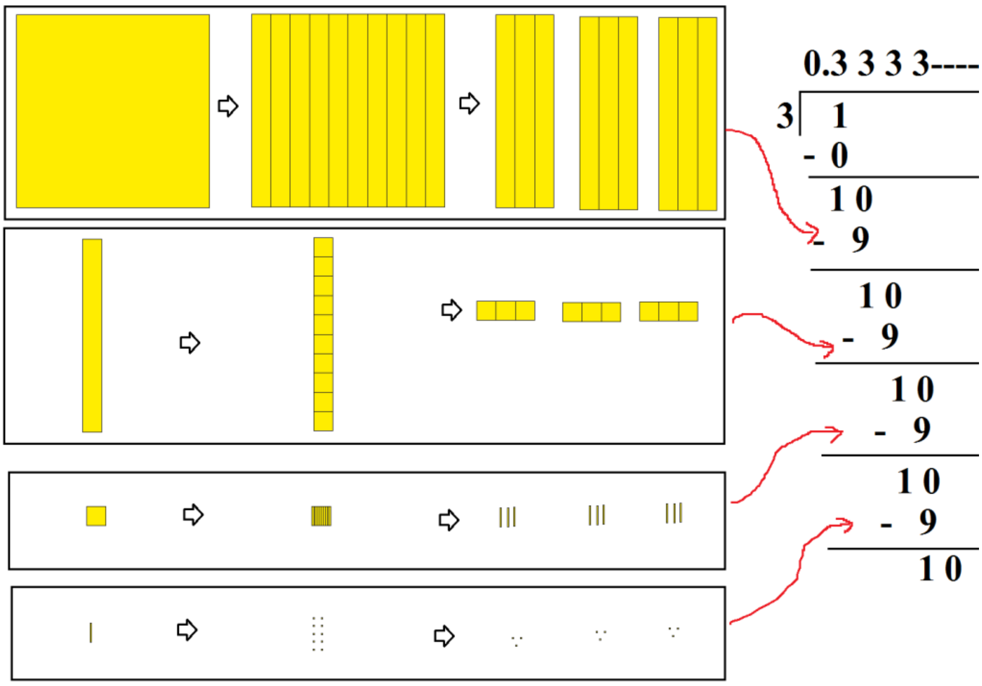
- 1 पूर्ण चौरसापासून दहा 0.1 मिळतील.
- यांचे तीन समान गट केले तर प्रत्येक गटात 0.3 इतके होतात.
- 0.1 इतके शिल्लक राहतील.

आता पुन्हा 0.1 चे तीन समान गट करतांना आपणास प्रथम त्याचे दहा समान तुकडे करावे लागतील. 0.1 पासून दहा 0.01 मिळतील. दहा 0.01 चे तीन समान गट केले तर प्रत्येक गटात 0.03 इतके येतील व एक 0.01 शिल्लक राहील.

अशाप्रकारे ही क्रिया न संपणारी आहे. म्हणजेच दशांश रुपात 1/3 ची किंमत शोधायची झाली तर खालीलप्रमाणे अनंत रूपात ही क्रिया चालूच राहील असे दिसून येते.

1/3= 0.3 +0.03 + 0.003 + 0.0003 ....= 0.3333333..............

खालील चित्रामध्ये याच क्रियेची भागाकार रुपात नोंद केली आहे. यावरुन ही क्रिया स्पष्ट समजण्यास मदत होईल.



वरील कृतीप्रमाणेच आपण 1/8, 2/3 व 1/6 या अपूर्णांकांची देखील किंमत 10 सेमी लांबीचा चौरस व दशांश अपूर्णांक वर्तुळाच्या मदतीने शोधून काढू शकतो.

याप्रकारे अपूर्णांकांच्या दशांश रुपात किंमती शोधल्यानंतर अपूर्णांक, दशमान अपूर्णांक आणि दशांश संख्या याचा सहसंबंध स्पष्ट होतो. अपूर्णांक- दशमान अपूर्णांक या घटकांना संख्येत

व्यक्त करण्याच्या वेगवेगळ्या पध्दती आहेत. बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार व भागाकार यांसारख्या क्रिया करतांना अपूर्णांकांचा सहसंबंध विचारात घेतला तर दशांश अपूर्णांकांवरील क्रिया समजणे सोपे आहे.

वरील घटक विचारात घेता अपूर्णांकांना दशांश अपूर्णांकात व्यक्त करणे हा एक महत्वाचा टप्पा आहे.

९. दशांश अपूर्णांकांची तुलना, चढता उतरता क्रम -

तीन दशांश अपूर्णांक संख्या विद्यार्थ्यांना देणे व त्या संख्यांमधील मोठी संख्या शोधणे, लहान संख्या शोधणे, संख्यांची चढत्या क्रमात मांडणी करणे यांसारख्या कृती घेणे.

ही कृती घेतांना,

0.3 , 0.30, 0.03 यांसारख्या संख्या देणे व या संख्यांच्या लहान मोठेपणावर चर्चा करणे. चर्चेतून विद्यार्थ्यांना दिसून येईल की, 0.3 = 0.30 आहेत.

याच पध्दतीने 0.3, 0.30, 0.300, 0.30000 या सर्व संख्या समान किंमतीच्या आहेत. हे स्पष्ट करतांना 03, 003,0003 किंवा 0000000000000......003 अशी कितीही मोठी संख्या लिहीली तरी या सर्व संख्यांची किंमत ही 3 इतकीच आहे. हे सांगू शकतो. त्याच पध्दतीने 0.3 किंवा 0.30, 0.300000.....0000 या संख्यांची किंमत 0.3 इतकीच आहे.

वरील कृतीची स्पष्टता-

अ) वरील 10 सेमी लांबीचा चौरस कागद हा एक एकक माणून त्याच्या आधारे स्पष्ट करु शकतो.

आ) सममूल्य अपूर्णांक- 0.3 =3/10

0.300 = 300/1000

वरील कृतीमधून देखील दिसून येईल की, वरील संख्या या सममूल्य अपूर्णांक आहेत म्हणून त्यांच्या किंमती समान आहेत.

अशा पध्दतीने दशांश संख्यांची पूर्ण समज तयार झाल्यानंतर या संख्यांवर आधारीत बेराज व वजाबाकी या क्रिया घेऊ.

१०. दशांश अपूर्णांकांची बेरीज व वजाबाकी -

खालील क्रमाणे प्रश्न विचारून विद्यार्थ्यांना उत्तर शोधण्यास सांगणे. विद्यार्थी आवश्यकता वाटल्यास दशांश अपूर्णांक किट, 10 सेमी लांबीचा चौरस, मिटर टेप किंवा दशाश अपूर्णांक वर्तुळ, कॅल्क्युलेटर यांपैकी कोणतेही साधन वापरून उत्तर तपासून पाहू शकतात.

बेरीज-

- 12.2 + 32.5
- 24.7 + 13.8
- 47.23 + 42.46
- 56.18 + 23.26
- 2.254 + 3.243
- 7.524 + 0.257
- 3.254 + 2.607

वजाबाकी -

- 45.7 - 23.4
- 35.4 - 17.5
- 32.58 - 12.24
- 57.23 -34.17
- 2.354 - 1.213
- 7.245 - 3.218

वरील क्रमाणे बेरीज व वजाबाकीचा सराव घेतांना दोन दशांश स्थलापर्यंत नाणी व नोटा यांचा आधारे रुपय आणि पैसे हा संदर्भ विचारात घेऊन बेरीज व वजाबाकी करणे विद्यार्थ्यांना जास्त सोपे जाते.

....

मापनावरील क्रिया

मापनावरील क्रिया सुरु करण्यापूर्वी खालील पध्दतींने विद्यार्थ्यांना मापनावर आधारीत कृतींचा सराव घेऊ.

१. लांबी मोजणे-

अ) दिलेल्या वस्तूंची लांबी सेंटीमिटर व मिलीमिटर मध्ये मोजणे.

आ) दोन लहान वस्तूंची लांबी मोजून त्यांच्या लांबीची बेरीज करणे. उत्तर बरोबर आहे की नाही हे प्रत्यक्ष दोन्ही वस्तूंची लांबी एकत्रित मोजून खात्री करणे.

इ) दोन वस्तूंच्या लांबी मधील फरक प्रत्यक्ष मोजून शोधणे.

ई) एकच लांबीच्या वस्तू तीन ते चार वेळा घेतल्या असत्या त्या वस्तूंची एकत्रित लांबी शोधणे. केलेल्या कृतीचे बेरीज व गुणाकार रुपात नोंद करणे.

उ) टेबलच्या लांबी मोजणे. पेन्सिलची लांबी मोजणे. आता टेबलच्या लांबीइतक्या लांबी किती पेन्सिल लागतील ते शोधणे.

अशा पध्दतीने लांबी संदर्भात क्रियांचा विविध अंगांनी सराव घेतल्यानंतर पुस्तकातील क्रमानुसार लांबीवरील क्रियांचा सराव घेणे.

२. धारकता-

अ) दिलेला कप, पाण्याची बाटली, कंपास पेटी, पाण्याची बादली वेगैरे वस्तूंची धारकता किती आहे ते प्रत्यक्ष मोजणे. मोजण्यासाठी माप, डॉक्टरकडील इंजेक्शन यांचा वापर करणे.

आ) दोन वस्तूंमधील पाणी एकत्र करुन मोजणे,

इ) पाण्याच्या बाटलीमधून ग्लास इतके पाणी काढले तर बाटलीत किती पाणी शिल्लक राहीले?

ई) सहा ग्लास पाणी बादलीत ओतले तर किती पाणी होईल?

उ) एक बादली पाण्यापासून किती ग्लास पाणी/ बाटल्या पाणी भरेल?

अशा पध्दतीने धारकते संदर्भात क्रियांचा विविध अंगांनी सराव घेतल्यानंतर पुस्तकातील क्रमानुसार धारकतेवरील क्रियांचा सराव घेणे.

३. वजन-

धारकता व लांबी प्रमाणेच वजनाच्या बाबतीत देखील ग्रॅम व किलोग्रॅम या एककांवर आधारीत वजनाचा व त्यांवरील क्रियांचा वजनकाटा वापरून सराव घेणे.

४. वेळ -

पुस्तकामधील क्रमानुसार सराव घेणे.

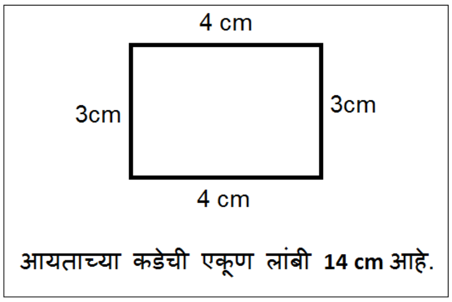
....

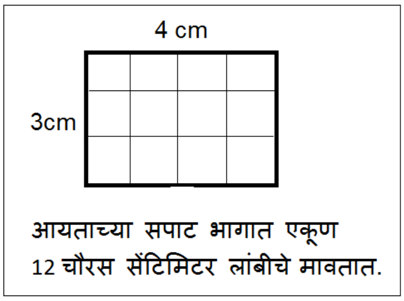
परीमिती व क्षेत्रफळ

१. कोऱ्या कागदाचे 3x4, 4x4, 4x5, 4x6, 5x6,5x5 या आकारांचे आयत कापून, पट्टीने त्या आयतांच्या सर्व बाजूंची बेरीज किती आहे ते मोजून उत्तर शोधण्यास सांगणे.

२. वरील कृतीतून दिसून येईल की, आयताच्या कड्याची लांबी मोजून त्याची नोंद आपण करीत आहेत. आता विद्यार्थ्यांकडे एकक ठोकळे देणे. वरील आयताकार कागदावर किती एकक ठोकळे मावतील ते शोधण्यास सांगणे. या कृतीमधून विद्यार्थ्यांना दिसून

येईल की कागद झाकण्यासाठी किती ठोकळे लागतील ते शोधत आहेत. या एकक ठोकळ्यांचा तळाचा आकार हा चौरस आकार आहे.





अशाप्रकारे परिमिती मोजणे व क्षेत्रफळ मोजणे या दोन भिन्न गोष्टी आहेत हे विद्यार्थ्यांना स्पष्ट झाल्यानंतर चौकटीवहीवर आयत काढण्यास सांगूण त्या आयताची परीमिती व क्षेत्रफळ शोधण्यास सांगणे.

३. आयत व चौरस यांसोबत परीमिती व क्षेत्रफळ संदर्भात चौकटी वहीवर सराव झाल्यानंतर विद्यार्थी स्वत: च शोधून काढतील की,

- आयताच्या लांबी व रुंदीची बेरीज करुन आलेल्या उत्तराची दुप्पट केली की परिमिती शोधता येते.

- आयताच्या लांबी व रुंदीचा गुणाकार केला की, क्षेत्रफळ शोधता येते.

४. विद्यार्थ्यांना परिमिती व क्षेत्रफळ यांचा संदर्भ स्पष्ट झाल्यानंतर वेगवेगळ्या आकाराचे त्रिकोण, चौकोन, पंचकोन, षटकोन देऊन त्या आकारांची परिमिती पट्टीने लांबी मोजून शोधण्याचा सराव देणे.

५. आयत व चौरसांच्या परिमिती व क्षेत्रफळाच्या सुत्रांचा वापर करुन उदाहरणे सोडविण्याचा सराव देणे.

....

त्रिमितीय आकार व घडणी

१. विद्यार्थ्यांसोबत जोडो ब्लॉक चा वापर करुन आकार तयार करण्याचा खेळ घेणे.

टप्पे-

अ) एक ठोकळा वापरुन शक्य तितके वेगवेगळे आकार तयार कर. तयार झालेल्या आकारांचे चित्र चौकटी वहीत काढ

आ) दोन ठोकळे वापरुन शक्य तितके वेगवेगळे आकार तयार कर. तयार झालेल्या आकारांचे चित्र चौकटी वहीत काढ

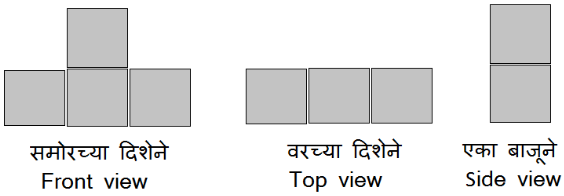
इ) तीन ठोकळे वापरुन शक्य तितके वेगवेगळे आकार तयार कर.तयार झालेल्या आकारांचे चित्र चौकटी वहीत काढ.

ई) चार ठोकळे वापरुन शक्य तितके वेगवेगळे आकार तयार कर.तयार झालेल्या आकारांचे चित्र चौकटी वहीत काढ.

या कृतीमधून विद्यार्थ्यांना दिसून येईल की, चार ठोकळे वापरून तयार होणाऱ्या आकारांमध्ये काही आकार हे चित्ररुपात काढतांना एक किंवा अधिक ठोकळे झाकले जातात.

अशा प्रकारे त्रिमितीय आकार व त्या आकारांचे चौकटी वहीवर चित्र काढण्याची कृती घेणे.

२. जोडो ठोकळ्यांपासून तयार केलेल्या आकारांचे समोरुन, वरच्या दिशेने व एका बाजूने दिसणारे चित्र काढण्याचा सराव देणे.

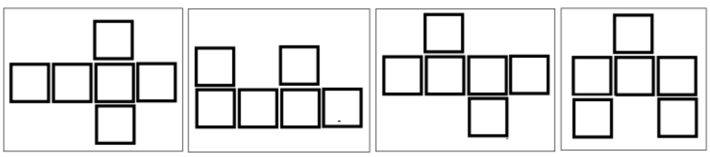


अशाप्रकारे विद्यार्थ्यांना 5 ठोकळे वापरून एक आकार तयार करण्यास सांगणे. तयार केलेल्या आकाराचे वरील तीन पध्दतींनी चित्र काढण्यास सांगणे. यानंतर आपण वरील तीन पध्दतींनी काढलेले चित्र मित्राला दाखवून त्या चित्रांवरुन आपण कोणता आकार तयार केला आहे तो ओळखण्याचा (जोडो ठोकळे वापरून तयार करण्याचा) खेळ घेऊ.

३. **घन ठोकळ्यांच्या जाळ्या तयार करण्याचा खेळ-**

कागदाचा एक घन आकार तयार करणे. तो आकार किती चौरस कागद वापरून तयार केला आहे. त्या चौरसांची मांडणी कशी केली आहे. यावर चर्चा करणे. विद्यार्थ्यांना विविध वस्तूंचे खोके आणण्यास सांगून त्यांना देखिल प्रत्यक्ष कापून त्यांची घडणी अभ्यासण्याचा सराव देऊ.

४. खालील पध्दतीच्या घन आकाराच्या घडण्या दाखवून ते आकार चौकटी वहीवर काढण्यास सांगणे. तयार केलेल्या कोणत्या घडणींपासून घन तयार होणार नाही ते ओळखण्यास सांगणे.

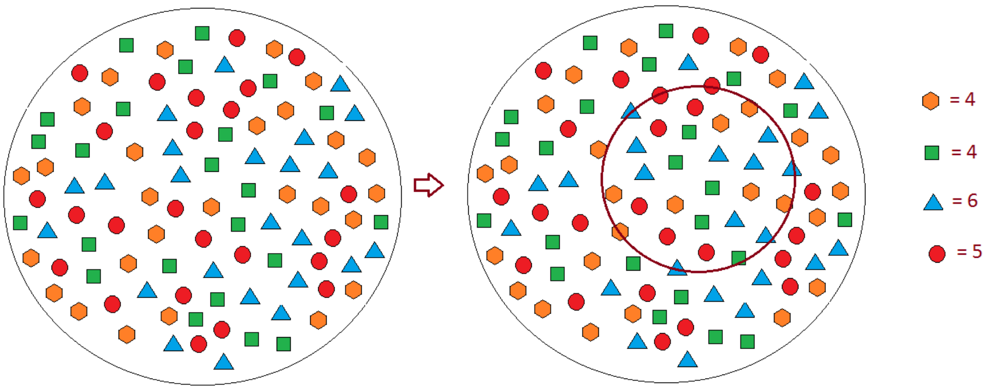


....

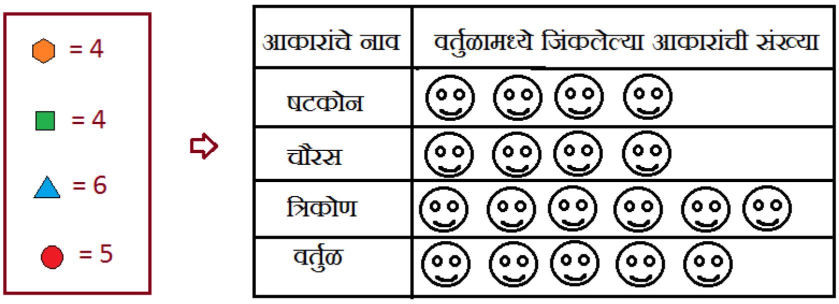
चित्रालेख

वर्तुळावर आधारीत आलेख तयार करण्याचा खेळ.

खालील चित्रात दाखविलेल्याप्रमाणे एक वर्तुळावर आकार काढू घेऊ. आता विद्यार्थी तारेची रिंग वापरून खेळतील. रिंग मध्ये आलेल्या आकारांची नोंद ठेवतील.



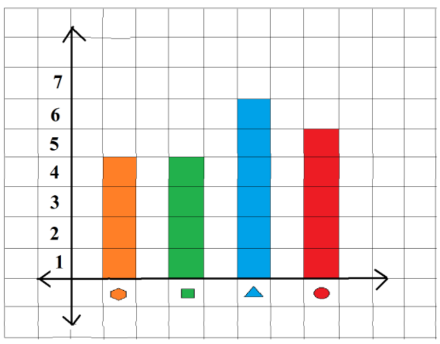
वरील पध्दतीने खेल खेळून झाल्यानंतर खालीलप्रमाणे चित्र रुपात खेळाची नोंद विद्यार्थ्यांना आपापल्या तक्त्यात करण्यास सांगू.



वरील खेळाची कृती खालीलप्रकार विद्यार्थ्यांना जोडो ठोकळे वापरुन दाखविण्यास सांगून चित्रात दाखविल्याप्रमाणे त्या नोंदी चौकटी वहीत करुन घेऊ.

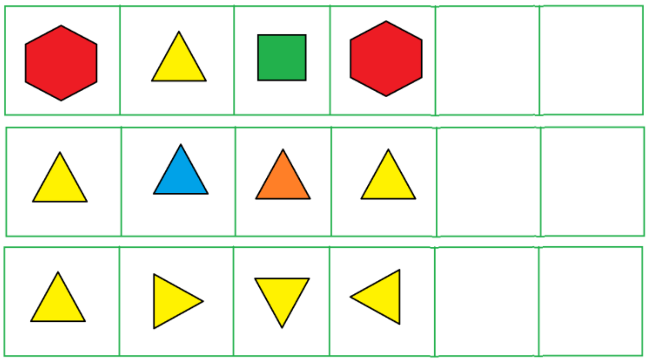
जोडो ठोकळे

चौकटी वही



आकृतीबंध

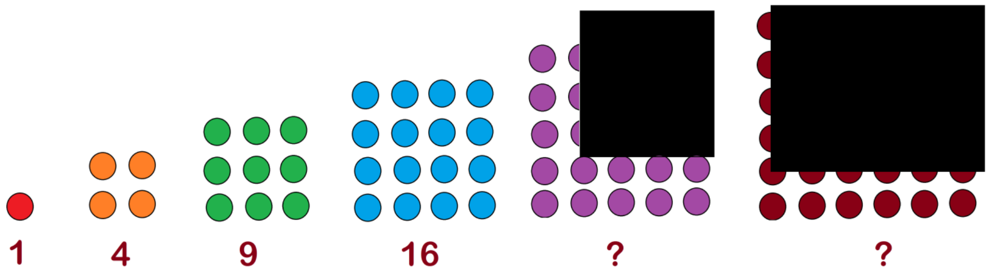
१. रंगोमेट्रिचा वापर करुन आकृतीबंध तयार करण्याचा खेळ घेणे.



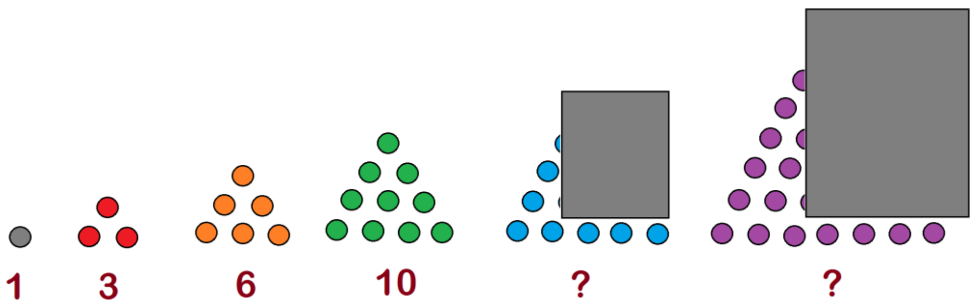
२. त्रिकोणी व चौरस संख्या तयार करण्याची कृती.

विद्यार्थ्यांना टोकन देऊन त्यांपासून त्रिकोणी संख्या व चौरस संख्या तयार करण्याची कृती घेऊ.

चौरस संख्या तयार करणे-



त्रिकोणी संख्या तयार करणे-



अशाप्रकारे त्रिकोणी व चौरस संख्या तयार करण्याची व दिलेल्या क्रमांकाची चौरस संख्या तयार करण्यासाठी किती टोकन लागतील ते ओळखण्याचा सराव घेऊ.

....

बीजगणिताची पूर्वतयारी

१. नंबरबॅलन्सवर संख्या तयार करण्याचा, संख्यांवरील क्रिया ओळखण्याची कृती घेणे.

समानता व असमानतेवर आधारीत उदाहरणे तयार करून नंबर बॅलन्सवर पडताळण्याचा खेळ घेऊ.

खालील उदाहरण नंबर बॅलन्सवर तयार कर.

- 3 X 4 = (2 X 3) + 2
- 3 X 8 = ? X 6
- 27 = (8 X ?) + 3

२. ग्लास व ठोकळे यांच्या द्वारे मनातली संख्या ओळख हा खेळ घेणे. माहीत नसलेली संख्या दर्शविण्यासाठी अक्षरांचा वापर करणे व त्या अक्षरांची किंमत शोधण्याचा सराव घेणे.

3. खालीदिल्याप्रमाणे प्रश्न विद्यार्थ्यांसमोर मांडून ग्लासमध्ये किती ठोकळे आहेत ते ओळखण्यास सांगणे.